

Anbefalinger til Retningslinjer for Beregning af Pensionsprognoser

**Udarbejdet af Den Danske Aktuarforening
28. marts 2014**

*Efter udgivelsen af denne rapport har Bestyrelsen konstateret et behov for præcisering af målet med rapporten, idet nogle har opfattet rapporten som en opfordring til tilsynsregulering.
Målet med denne rapport er primært at give forslag til et kvalitetsløft af prognoseområdet og har alene til sigte at være et konstruktivt indspil til de kommende års udvikling på området.*

*7. maj 2014
Bestyrelsen*

Arbejdsgruppe: Annette Elmsted, Jeanette Halle Berthelsen, Kenneth Bruhn, Kenneth Petersen, Kristoffer A. Bork, Marie-Claire Reffs, Martin Kaas Poulsen, Nanna Kjer Jensen, Ninna Reitzel Jensen, Peter Holm Nielsen, Sofie Vester og Ulla Schjødt-Hansen

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	2
1. Udgangspunkt for Arbejdet.....	4
1.1. Behov for nye regler for beregning af pensionsprognoser	5
1.2. Formål med at beregne prognoser	6
1.3. Mål med denne rapport	7
1.4. Scope	8
2. Model og teoretisk beskrivelse	9
2.1. Indledende overvejelser	9
2.2. Om valget af underliggende finansiell model	9
2.3. Underliggende stokastiske finansielle model	10
2.4. Simulationsmetoden	11
2.5. Fraktilmetoden	12
2.6. Parameterestimation	14
2.7. Advarsel: Fraktiler kan ikke benyttes ukritisk til produktvalg.....	15
2.8. Alternative tilgange	16
2.9. Usikkerhed pga. levetidsforudsætninger	16
2.10. Investeringsomkostninger og andre omkostninger	18
3. Resultater	19
3.1. Metode for sammenligning mellem fraktilmetoden og simulationsmetoden	19
3.2. Resultat af sammenligning mellem fraktilmetoden og simulationsmetoden	21
4. Krav til kommunikation og formidling	23
4.1. Enkelthed og nuancer	23
4.2. Usikkerhed om prognoserne	23
4.3. Forventet reguleringspotentiale af løbende pensionsudbetalinger	27
4.4. Usikkerhed om størrelsen af de årlige reguleringer af de løbende ydelser	29
5. Implementering og forenklinger	30
5.1. Implementering	30
5.2. Forenklinger	30
5.3. Parameterestimation og kalibrering	32
6. Produkttyper modellen kan anvendes på	33
6.1. Afkastudjævning i udbetalingsperioden.....	33
6.2. Markedsrenteprodukter med (lav) investeringsgaranti	33
6.3. Gennemsnitsrente med lav investeringsgaranti.....	33

6.4. Gennemsnitsrente med høj investeringsgaranti	34
6.5. Andre produkter	34
7. Tak for assistance	35
8. Litteratur.....	36

Bilag

- A Grafer til illustration af afkastfraktiler
- B Grafer til sammenligning af fraktilmetoden og simulationsmetoden
- C Fraktiler for restlevetider

1. Udgangspunkt for Arbejdet

Både livsforsikringsselskaber og pengeinstitutter udbyder i dag pensionsprodukter på det danske pensionsmarked. I det omfang der udarbejdes prognoser til pensionskunden er disse reguleret af Finanstilsynets ”Vejledning om udarbejdelse af pensionsfremskrivninger” (9041 af 12/01-2005). Herudover har Forsikring & Pension sammen med Finansrådet udarbejdet branchefælles samfundsforudsætninger, som både livsforsikringsselskaber og pengeinstitutter har forpligtet sig til at anvende i pensionsfremskrivninger (prognoser).

Anbefalingerne i denne rapport sigter både på pensionsfremskrivninger i pengeinstitutter og livsforsikringsselskaber. I rapporten vil begge typer pensionsleverandører blive omtalt som ”pensionsselskaber”.

Indtil for relativt få år siden var langt størstedelen af den danske pensionsopsparing placeret i gennemsnitsrenteprodukter med ydelsesgaranti og ret til bonus. Forrentningen af opsparingen blev defineret ved, at selskaberne hvert år fastsatte en kontorente, som blev tilskrevet opsparingen. Udviklingen i den enkelte kundes opsparing var dermed relativt stabil over tid, idet kontorenten udjævnede de største udsving i de underliggende investeringsresultater – heraf betegnelsen ”gennemsnitsrenteprodukt”.

Selskaberne kommunikerede som udgangspunkt de garanterede ydelser – ”minimumsudbetalingerne” – til kunderne, og i tillæg hertil har de fleste som supplerende oplysning beregnet en ”prognoseydelse”. Prognoseydelse er blevet kommunikeret ud fra et ønske om at oplyse de forventede pensionsudbetalinger ud fra nogle rimelige og robuste forudsætninger om fremtiden.

Pengeinstitutterne har typisk anvendt den enkelte kundes præcise investeringssammensætning til fremregningerne, mens livsforsikringsselskaberne traditionelt har regnet på en grovere forudsætning, hvor der i mange år har været en tradition for, at især selskaber med høje aktieandele har regnet med en lidt mere konservativ aktivfordeling for indirekte at kompensere for den højere risiko.

Under alle omstændigheder har pensionsselskaberne kommunikeret de fremtidige pensionsudbetalinger i to niveauer – en (lavere) garanteret minimumsudbetaling og en (højere) forventet udbetaling. Denne todelte kommunikation har mere eller mindre implicit givet kunderne en fornemmelse af et interval og en variation og dermed en indikation af, at de faktiske fremtidige udbetalinger kan være behæftet med usikkerhed.

I de senere år er der imidlertid sket et markant skift fra gennemsnitsrenteprodukter til forskellige typer unit-linked produkter og livscyklusprodukter mv., hvor det årlige investeringsafkast mere eller mindre direkte tilskrives den enkelte kundes ordning, heraf fællesbetegnelsen ”markedsrenteprodukt”. Afkastet og de resulterende pensionsudbetalinger er ofte ugaranterede, eventuelt med mulighed for som ekstraydelse at kunne tilkøbe en investeringsgaranti f.eks. regnet ud fra forudsætninger om 0% i afkast.

Dermed ligner afkastmekanismen den, der hele tiden har været gældende for investerings- og opsparingsprodukter i pengeinstitutter. Der findes typisk ikke længere en garanteret minimumsudbetaling eller de garanterede udbetalinger er så lave, at de ikke opfattes som værdifulde at kommunikere, og den beregnede prognose for pensionsudbetalinger kommer dermed til at stå alene.

Når kunderne kun får en type oplysninger om udbetalingernes størrelse – nemlig prognosetallene – forsvinder indtrykket af, at ydelserne blot er udtryk for en forventning eller et estimat. Mange pensionskunder er opmærksomme på dette forhold, når det gælder deres pensionsopsparing i pengeinstitutter, hvor sprogbrugen om ordningen hele tiden har været centreret om opsparing og investering – og dermed indirekte også om investeringsrisiko. For pensionsselskaberne og måske især for obligatoriske arbejdsmarkeds- og firmapensionsordninger er denne dynamik imidlertid ny og måske ikke så vel opfattet hos den gennemsnitlige kunde. Risikoen for udsving i pensionsudbetalingerne kommunikerer ikke altid lige tydeligt og kvantificeres stort set ikke.

Herudover er det mange år siden, at branchen har revurderet forudsætningerne for beregning af prognoser. F.eks. har Finanstilsynet strammet væsentligt op på reglerne for fastsættelse af levetidsforudsætninger i forbindelse med opgørelse af passivernes værdi i regnskaberne. Disse overvejelser om fortsat levetidsforbedring i fremtiden er ikke reflekteret i de fælles samfundsforudsætninger og efterlades dermed til det enkelte selskabs fortolkning.

Det er samlet set Den Danske Aktuarforenings vurdering, at branchens fælles regler for beregning af prognoseydelse ikke længere er fyldestgørende hverken i relation til supplerende risikooplysninger eller for så vidt angår det standardiserede regelsæt, der definerer forudsætningerne for beregningerne.

1.1. Behov for nye regler for beregning af pensionsprognoser

Det eksisterende regelsæt for beregning af prognoser indeholder som nævnt flere udfordringer og begrænsninger. Derfor har Den Danske Aktuarforening taget initiativ til at udarbejde denne rapport med anbefalinger til, hvordan et fremtidigt branchekodeks for beregning af prognoser kunne se ud. Anbefalingerne skal ses som et idékatalog til branchen og til Finanstilsynet til at udarbejde mere fyldestgørende regler for beregning af prognoser.

De vigtigste begrænsninger i det eksisterende regelsæt, som Den Danske Aktuarforening har identificeret er følgende.

1.1.1. Behov for at vise usikkerhed

Mange pensionsselskaber har i løbet af en kort årrække kommunikativt udskiftet de garanterede minimums pensionsudbetalinger med en prognoseværdi for de forventede pensionsudbetalinger. Man må forvente, at der er mange kunder, som ikke er sig bevidste om forskellen – og dermed ikke er klar over, at de faktiske udbetalinger kan blive væsentligt mindre end det, der fremgår af prognoserne.

I visse situationer anvendes prognoseberegningerne også, når en kunde skal foretage produktvalg mellem flere investeringsprofiler. Det er problematisk, hvis et højere forventet investeringsafkast, som kan opnås ved højere risikoeksponering umiddelbart resulterer i højere forventede pensionsudbetalinger, uden at den tilsvarende højere risiko bliver kommunikeret.

Der er derfor behov for at kommunikere usikkerhed om prognoseværdierne både i produktvalgsituationer, og når prognoser anvendes til at planlægge og budgettere den enkelte kundes økonomi som pensionist.

1.1.2. Definitionen af afkastforudsætninger kommer ud af trit med virkeligheden

Den Danske Aktuarforening anerkender, at det giver udfordringer at justere afkastforudsætningerne i samfundsforudsætningerne, fordi kunderne reagerer på ændringer, især i nedadgående retning. Derfor har det historisk været ønsket at holde disse forudsætninger relativt stabile over tid.

Imidlertid er det et problem, at de nuværende samfundsforudsætninger – i hvert fald på kort og mellem-langt sigt – indeholder urealistiske forventninger til især renteniveauet og dermed til obligationsafkastet. Der er ikke hensigtsmæssigt, at der opstår så store forskelle mellem beregningsforudsætningerne og de realistiske forventninger til afkast.

1.1.3. Dødelighed og livsbetingede pensionsudbetalinger

De nuværende samfundsforudsætninger definerer ikke et tidssvarende kodeks for de forudsætninger, som pensionsselskaberne bør anvende for levetider, når man kommunikerer prognoser, der indeholder levetidsrisiko – og der eksisterer ikke fælles standarder i branchen.

Især over lange tidshorisonter er det f.eks. et problem, at mange selskaber ikke medtager levetidsforbedringer i beregningsforudsætningerne. Typisk regnes der også for yngre kunder med mange år til pensionering statisk med de nuværende levetidsforudsætninger, det vil sige dem, der anvendes til at beregne pensionsudbetalinger til de kunder, der går på pension på nuværende tidspunkt.

1.1.4. Udvikling i udbetalingsperioden

Det nuværende regelsæt for prognoser er beregnet til at kommunikere pensionsudbetalingen det første år efter pensionering. De seneste års ændringer i pensionsbeskatningsloven har imidlertid flyttet fokus yderligere væk fra kapital- og ratepensioner over mod livsvarige pensioner med lange udbetalingsperioder, hvor der er en vis frihedsgrad til at vælge udbetalingsprofil.

Nogle selskaber definerer udbetalingerne ud fra et ”annuitetsprincip”, hvor udbetalingerne forventes at være lige store år for år i hele udbetalingsperioden. Andre selskaber tilstræber et ”serieprincip”, hvor investeringsafkastet i det ene år anvendes til at opskrive pensionsydelse i de efterfølgende år. Dette princip indebærer i forventning en stigende trend i udbetalingerne. For livsvarige udbetalinger kan der endvidere gælde, at levetidsforudsætningerne indeholder en komponent, der også kan bidrage til en forventet trend i udbetalingsforløbet. Der er behov for at kommunikere størrelsen af den samlede forventede trend eller regulering i de løbende udbetalinger.

Når kunden er gået på pension, kan der yderligere være behov for at kommunikere usikkerhed i forbindelse med den årlige regulering af udbetalingerne. I mange tilfælde reguleres det kommende års udbetalinger med udgangspunkt i det realiserede investeringsresultat i året forinden. Dermed slår investeringsafkastet mere eller mindre direkte igennem i den årlige regulering af pensionsudbetalingerne. Denne usikkerhed bør kommunikeres.

1.2. Formål med at beregne prognoser

Det overordnede formål med at beregne prognoser og give denne information til kunderne må i sagens natur være at tilføre informationsværdi til så bred en andel af kunderne som muligt. Kommunikation, som ikke bliver forstået, har ringe værdi for modtageren.

Det kan være en banal erkendelse, men desværre er der mange historiske eksempler på at både selskabernes politik og lovgivningen har stillet krav om mere information snarere end bedre informati-

on – ofte med det formål at beskytte branchen mod ansvarspådragende forenklinger i stedet for at skabe bedre kundeforståelse.

Imidlertid ønsker de fleste kunder få men relevante oplysninger, og også EIOPA er i deres rapport om god forbrugerkommunikation EIOPA-BoS 13/100 ”Good practices on information provision for DC schemes” af 24. januar 2013 nået til den erkendelse, at oplysninger, som kunderne alligevel ikke forventes at skulle agere på, er fyld, støj eller spild. Denne type information skaber ingen eller lille værdi og er i stedet for med til at opretholde pensionsbranchens til tider uheldige image om at være teknokratisk og utilgængelig.

Med det udgangspunkt vil vi i denne rapport søge efter få og enkle supplerende oplysninger for at inddrage information om usikkerhed i prognoserne, hvor det er relevant, og vi vil forsøge at forkorte og forenkle de forbehold og ansvarfraskrivelser, som de enkelte selskaber vil føle sig forpligtet til at komme med ved at låse flest mulige beslutninger om regnemetoder fast i en branchestandard. Det er endvidere vores anbefaling, at denne standard skal godkendes og forvaltes af en relevant myndighed, som tager ansvar for både modelvalg, parametrisering og fornuftige minimumskrav til kommunikation.

1.3. Mål med denne rapport

Målet med denne rapport er således at publicere et forslag til, hvordan den danske pensionsbranche kan etablere et nyt fælles kodeks for at kommunikere prognoser til deres kunder i en form, hvor prognoseoplysningerne skaber størst mulig værdi for kunderne.

Forslaget skal indarbejde løsninger, der håndterer de faglige mangler, som anvendelsen af de eksisterende samfundsforudsætninger har, herunder at opstille en model til at kvantificere og kommunikere usikkerhed i forventningerne til de fremtidige pensionsydelse samt at indarbejde realistiske levetidsforudsætninger i beregningerne.

Kvantificering af usikkerhed kræver en matematisk ramme at arbejde ud fra – altså en model, som med forskellig parametrisering vil kunne anvendes til at repræsentere afkast og volatilitet på en bred vifte af pensionsopsparingsprodukter.

Modellen skal være enkel, robust og anvendelig både på længere tidshorisonter og på år-til-år udsving. Modellen skal endvidere være anvendelig til at illustrere forskelle i forventninger ved forskellige valg af investeringsprofiler.

Samtidig er det vores mål at opstille en beregningsmetode, som administrativt stiller færrest muligt øgede krav til pensionsselskabernes beregningskapacitet og IT systemer. Hvis manglerne i de nuværende brancheforudsætninger skal udbedres, så modellen favner flere nuancer med hensyn til tidsafhængighed i afkast- og levetidsforudsætninger, kan det ikke undgås at øge kompleksiteten i selskabernes modelapparat. Vi har imidlertid bestræbt os på at finde matematiske approksimationer for at lette implementeringen.

Endelig er det vores ambition at komme med forslag til, hvordan man kan formidle et mere komplekst budskab til kunderne, idet de fremtidige prognoser ikke alene skal indeholde information om de forventede pensionsudbetalinger men også om usikkerheden i prognoseværdierne. Vi vil også komme med forslag til i hvilket omfang og i hvilke situationer supplerende oplysninger om f.eks.

usikkerhed for prognoseværdier *skal* vises. I andre situationer forslår vi blot, at metodekravene opretholdes, *hvis* de supplerende oplysninger ønskes vist.

Forslagene kan indgå som inspiration til branchens overvejelser og som input til Finanstilsynets overvejelser om en eventuel fremtidig regulering på området.

1.4. Scope

Det er fristende at ville løse beregningsudfordringerne ved prognoseberegninger en gang for alle ved at definere den samme model for afkast og risiko for samtlige produkter og situationer. Det er imidlertid vores vurdering, at dette ikke kan lade sig gøre.

Kravet om, at modellen skal kunne fungere repræsentativt for alle typer opsparingsprodukter, stiller urimeligt komplekse krav til den stokastiske model for aktiverens afkast. I stedet for har vi valgt at fokusere på markedsrenteprodukter og i princippet primært markedsrenteprodukter, der ikke er omfattet af en investeringsgaranti, altså produkter hvor der slet ikke er en garanteret ydelse som supplement til prognoseydelse, herunder hovedparten af de opsparingsløsninger, som tilbydes af pengeinstitutter.

I afsnit 6 vil vi diskutere mulighederne for at udbrede anvendelsen også til markedsrenteprodukter med investerings-/ydelsesgaranti tilknyttet og endda til gennemsnitsrenteprodukter med lave garantiniveauer eller betingede garantier, hvis tidshorisonten for beregningerne er tilstrækkelig lang.

Til gengæld vil modellen kunne omfatte alle kendte skattekoder for pensionsopsparing. Det er også vores ambition, at den samme underliggende stokastiske model og parametersætning skal kunne anvendes både på kortere og længere tidshorisonter, herunder også til at beskrive usikkerheden i år-til-år udviklingen i udbetalingerne for kunder, der allerede er gået på pension.

Endelig har vi en ambition om, at modellen skal kunne anvendes til at beskrive fremtidsudsigterne både, når en kunde skal vælge mellem flere forskellige investeringsrisikoprofiler, og når kunden kommer til en egentlig planlægningsfase for økonomien i pensionsperioden.

1.4.1. Inflation og PAL

I henhold til de nuværende regler for prognoseberegninger tages der højde for afkastbeskatningen. Endvidere kommunikeres pensionsprognoser normalt, men ikke altid, i ”nutidskroner”, hvorved pensionsudbetalingerne vises i beløb, der svarer til dagens købekraft.

I denne rapport har vi ikke taget eksplicit stilling til ændringer i disse beregningsprincipper, idet vi har forudsat, at der fortsat skal afregnes PAL i fremregningerne. For så vidt angår inflationsforudsætninger til beregning af nutidsværdier, har vi ikke forholdt os til, om beregningen af usikkerheder ændres ved indregning af inflation. Vi forudsætter dermed implicit en deterministisk deflatering svarende til de nugældende regler, hvis pensionsudbetalingerne ønskes vist i ”nutidskroner”.

2. Model og teoretisk beskrivelse

I dette afsnit præsenterer vi en matematisk modelramme til at beregne prognoser og kvantificere usikkerhed om prognoser ud fra. Endvidere diskuterer vi nogle af de bagvedliggende teoretiske og praktiske overvejelser.

2.1. Indledende overvejelser

Den altdominerende kilde til usikkerhed ved en pensionsprognose er den usikkerhed, der knytter sig til investeringsafkastet af pensionsordningen. Usikkerheden knyttet til forsikringsprisernes og administrationsomkostningernes indvirkning på opsparingen har i forhold hertil en begrænset betydning. I den foreslåede model fokuseres der derfor udelukkende på usikkerheden vedrørende investeringsafkastet (se også afsnit 2.9 om usikkerheden knyttet til levetid i forbindelse med livsbetingede nedenfor). Dermed kan vi koncentrere os om at finde en finansiell model alene til beskrivelse af investeringsafkastet.

En kunde, der løbende indbetaler penge til en pensionsopsparing, kan betragtes som en investor med en finansiell formue, der løbende forøges gennem supplerende investeringer i et finansielt marked. Det er i den sammenhæng underordnet, at det i praksis er pensionsselskabet, der på kundens vegne forestår investeringerne.

2.2. Om valget af underliggende finansiell model

Valget af en konkret model for det finansielle marked er på ingen måde simpelt. Der findes således ikke i den akademiske litteratur én model, der bredt er anerkendt som værende mest rigtig. Tværtimod er det – desværre – sådan, at alle hidtil kendte foreslåede modeller har uønskede egenskaber af den ene eller anden karakter, i hvert fald i forhold til formålet om bred anvendelse til pensionsprognoser. Se fx Rogers (1995) for en uddybning heraf alene hvad angår rentemodeller.

Pensionsopsparing er i sagens natur kendetegnet ved lange tidshorisonter. Dertil kommer, at alle pensionsprodukter ikke er ens. Disse forhold letter ikke problemstillingen. Endvidere er der en række udfordringer relateret til den praktiske implementering. Man kan således have en række ønsker til en model for det finansielle marked, herunder (ikke udtømmende), at den skal:

- a) Være (nogenlunde) realistisk
- b) Være konsistent over tid fra såvel en matematisk som en finansiell synsvinkel
- c) Være matematisk ”håndterbar” og ikke for kompliceret
- d) Være forståelig og kunne kommunikeres
- e) Være fleksibel nok til at kunne illustrere forskelle mellem forskellige pensionsprodukter
- f) Have parametre, der årligt kan estimeres ud fra tilgængelige data
- g) Være robust (i forhold til parameterændringer, forudsætningsændringer, simulationsberegninger etc.)
- h) Kunne implementeres og vedligeholdes i prognose-/policiesystemer
- i) Kunne benyttes i praksis med acceptabel kørselstid
- j) Tage højde for det enkelte selskabs investeringsomkostninger.

Nogle af disse ønsker (a og e) trækker i retning af en mere kompliceret model, men de fleste peger i retning af en mere simpel model.

Det bør nævnes, at ønskerne (i og h) på listen ovenfor, som i høj grad er relateret til det konkrete formål (pensionsfremskrivninger i praksis), i sagens natur ikke blot er ønsker, men ufravigelige krav. Med tiden kan disse krav måske imødekommes med meget komplicerede modeller eller metoder, men som et første skridt i retning mod illustration af usikkerheder ved pensionsprognoser er disse krav ret indskrænkende.

Ønske j) holdes uden for selve modeldiskussionen og behandles særskilt i afsnit 2.10.

Det er uden for rammerne af og formålet med denne rapport at gå ind i en nærmere diskussion af fordele og ulemper ved forskellige modeller. Den interesserede læser henvises til den akademiske finansielle litteratur.

2.3. Underliggende stokastiske finansielle model

Vi har vurderet, at den model, som præsenteres i dette afsnit, repræsenterer et fornuftigt kompromis. Der er i denne vurdering lagt betydelig vægt på, at modellen har fundet anvendelse til meget nærtliggende formål i artiklerne Jørgensen og Lindemann (2009) og Linnemann, Bruhn og Steffensen (2011), begge Finans/Invest, hvor professorer ved de to førende danske universiteter er medforfattere. I artiklerne anvendes modellen i forbindelse med pensionsfremskrivninger, hvor der har været et tilsvarende behov for at afbalancere hensyn til teoretisk ramme og praktisk udførelse.

I artiklerne sammenlignes nogle udvalgte (danske) pensionsprodukter med særligt fokus på det forventede niveau af pensionsydelse samt usikkerheden ved og stabiliteten af disse. Modellen har også fundet anvendelse i andre videnskabelige studier (se de nævnte artikler for yderligere referencer).

Modellen består grundlæggende af to aktivtyper, som for simpelhedens skyld kaldes *aktier* hhv. *obligationer*. Prisudviklingen for disse aktiver modelleres ved processerne S hhv. B , som antages at udvikle sig stokastisk i henhold til prisdynamikkerne

$$\begin{aligned} dS(t) &= (r(t) + x(t)) S(t) dt + \sigma_S S(t) dW_1(t), \\ dB(t) &= (r(t) + \lambda_B \sigma_B) B(t) dt + \sigma_B B(t) dW_2(t), \end{aligned}$$

hvor W_1 og W_2 er korrelerede Wienerprocesser med korrelationskoefficient ρ , $r(\cdot)$ er den korte rente, modelleret som en stokastisk proces på formen

$$dr(t) = \kappa (\theta - r(t)) dt - \sigma_r dW_2(t),$$

og $x(\cdot)$ er risikopræmien på aktier, der også modelleres som en stokastisk proces på formen

$$dx(t) = \alpha (\zeta - x(t)) dt - \sigma_x dW_1(t).$$

Vi knytter her en række bemærkninger til modellen:

- Obligationsprisen er modelleret med konstant volatilitet (relativt til prisen). Den naturlige fortolkning er, at det svarer til en obligationsportefølje med konstant varighed, dvs. hvor der løbende ”rulles” til nye obligationer med fast varighed i takt med at tiden går.
- Et ”stokastisk” rentefald er som forventet fuldt ud korreleret med en stigning i obligationsprisen (og vice versa ved rentestigning).

- Et ”stokastisk” fald i risikopræmien på aktier er fuldt ud korreleret med en stigning i aktieprisen, hvilket forekommer intuitivt rimeligt.
- Risikopræmien på aktier må ikke forveksles med *markedsprisen på aktierisiko*; sidstnævnte er givet ved $x(t)/\sigma_S$ (markedsprisen på aktierisiko er således i denne model en stokastisk proces på samme form som processen for risikopræmien, men med andre parametre).

Afgrænsningen til kun to aktivtyper er udtryk for en bevidst forenkling. Det bygger på den vurdering, at den ekstra kompleksitet i modellen, der vil opstå, hvis man tilføjer flere aktivtyper, ikke vil stå mål med udbyttet. Anvendelsen af modellen forudsætter således, at man approksimativt kan allokere alle de aktiver, der anvendes i den faktiske investeringssammensætning, til modellens to aktivtyper. Dette vurderes at være muligt, om end man her må vurdere i hvilket omfang, det vil være nødvendigt at definere et branchekodeks for denne kategorisering, så der anvendes samme principper på tværs af alle selskaber i branchen. Det skal nævnes, at modellen umiddelbart kan udvides med et aktiv svarende til en (lokalt) risikofri pengemarkedskonto, men for praktiske formål vurderes det ikke relevant at have dette aktiv med.

2.4. Simulationsmetoden

Med udgangspunkt i den valgte underliggende finansielle model vil det være relativt enkelt at simulere et stokastisk forløb frem til pensionstidspunktet (og også i udbetalingsfasen) for en pensionsopsparer ud fra information om dennes alder, opsparing, løbende indbetalinger etc. En sådan simuleret fremregning kan foretages ud fra den investeringsstrategi, der passer til den pågældende pensionsordning (forudsat at den grundlæggende præmis om, at der kun investeres i to aktivtyper, giver en tilstrækkelig præcis approksimation af de faktiske forhold). Med et højt antal uafhængige simulationer opnås dermed en (simuleret) fordeling af formuen på pensioneringstidspunktet eller af pensionsudbetalingerne. Ud fra denne fordeling kan eksempelvis gennemsnit og fraktiler bestemmes. Det er denne fremgangsmetode, der er anvendt i de citerede artikler i foregående afsnit.

Til brug for pensionsfremskrivninger i praksis er det vores vurdering, at der er behov for en forenklet tilgang både til beregningerne og til kommunikation af usikkerhed. Det skyldes altovervejende to pragmatiske hensyn:

- 1) Praktisk implementering
- 2) Beregningstid

Ad. 1). Mange selskaber foretager i dag prognoseberegningerne i de IT-systemer, der anvendes til policeadministration. Her er der typisk ingen muligheder for at lave stokastiske simulationer. Der vil være betydelige ressourcer forbundet med implementering og efterfølgende løbende vedligeholdelse af en stokastisk simulationsmodel i de prognosemotorer, der anvendes i praksis, hvad enten de ligger i policesystemer eller separat.

Ad. 2). Prognoseberegninger kan være ganske tidskrævende. Anvendelse af en simulationsmodel vil kræve et højt antal uafhængige simulationer, hvilket kan få kørselstiden op på et niveau, der er uacceptabelt i praksis.

Jævnfør Afsnit 4 om kommunikation af usikkerheder, foreslår vi, at usikkerheden ved pensionsfremskrivninger (prognoser) bedst formidles ved, at man ud over selve de prognosticerede eller forventede pensionsudbetalinger også viser udbetalingerne svarende til henholdsvis 25% og 75% frak-

tilerne i fordelingen af udbetalinger. Fortolkningen af disse fraktiler er, at de svarer til henholdsvis et ”dårligt” (værre end forventet) og et ”godt” (bedre end forventet) scenarium. For diskussion af disse fraktilvalg, se afsnit 4.2.

Det foreslås endvidere, at de nævnte fraktiler i praksis kan beregnes via en forenklet metode, som alene kræver én fremregning for hver fraktil.

2.5. Fraktilmetoden

Det er klart, at man for et *givet* resultat af en simuleret pensionsfremregning kan finde et (andet) sæt deterministiske årlige afkastforudsætninger, der giver samme pensionsformue på pensioneringstidspunktet. Dermed kan man også ”regne baglæns” fra de fraktiler, som er fremkommet ved et højt antal simulationer, og finde sæt af deterministiske afkastforudsætninger, der fører til netop disse fraktiler under samme fremregning. Det er derimod ikke åbenlyst, at man kan finde et fælles sæt deterministiske afkastforudsætninger, der svarer til bestemte fraktiler i de tilsvarende fordelinger for *forskellige* pensionsfremregninger svarende til forskellige startformuer, indbetalingsforløb, tidshorisonter, investeringsstrategier mv.

Den valgte finansielle model har den egenskab, at usikkerheden (pr. tidsenhed) aftager med længden af investeringshorisonten, eller med andre ord, at usikkerheden på kort sigt er større (pr. tidsenhed) end usikkerheden på lang sigt. Intuitionen er her, at cykliske udsving til en hvis grad udjævnes, hvis beregningsperioden er lang.

For 25% og 75% fraktilerne for afkastet hørende til en lang tidshorisont betyder det, at de tilsvarende omregnede årlige afkastfraktiler ligger tættere på medianen end de omregnede årlige afkastfraktiler for en kort tidshorisont. Forklaringen er igen, at der over en lang tidshorisont kan forventes at ske en vis udjævning af perioder med gode og dårlige afkast i den valgte finansielle model. Dette skyldes obligations- som aktieprisprocessernes egenskaber: Dels giver de ”stokastiske” led (løst sagt $dW(t)$ -leddene) i sig selv anledning til dette, og dels har begge processer yderligere en såkaldt *mean reversion* egenskab, der forstærker denne effekt.

En konsekvens heraf er, at de årlige afkastfraktiler, der skal anvendes til den deterministiske fremregning, nødvendigvis må afhænge af tidshorisonten. For at kunne lave pensionsfremregninger for policer med forskellige investeringshorisonter og dermed forskellige indbetalingsforløb er man således nødsaget til at arbejde med en vektor af afkastfraktiler, således at hvert element i vektoren svarer til en tidshorisont. Tidshorisonten kan her enten henvise til det antal år, hver enkelt præmieindbetaling skal forrentes, eller til aftalens nuværende investeringshorisont. Den førstnævnte fortolkning er den mest naturlige i forhold til output’et fra den finansielle model, mens den anden kræver en transformation af vektoren af afkastfraktiler, hvor transformationen skal afhænge af nuværende depot, fremtidige præmier og investeringsprofil for aftalen. Denne transformation kan være nødvendig for at muliggøre, at prognosen kan laves ved depotfremføring på traditionel vis, men herefter kan depotet fremføres med konstant afkastforudsætning for alle år.

En yderligere kompleksitet opstår, hvis man ønsker, at processen for den korte rente og/eller risiko præmien på aktier skal begynde i en bestemt værdi. Dette vil ofte være tilfældet med den korte rente, da den umiddelbart kan observeres, således at man til prognoseformål kan benytte en så realistisk startværdi som muligt for dermed at gøre prognoseberegningerne så realistiske som muligt inden for modellen. Hvis en af de to processer begynder i en bestemt værdi, er processerne ikke

stationære, og dermed bliver de årlige afkastfraktiler for de forskellige indbetalingsår, yderligere afhængige af, hvor lang tid året ligger fra starttidspunktet.

Ønsker man ikke-stationære fordelinger, fordi realistiske startværdier vægtes højt, er det altså ikke nok at arbejde med vektorer af årlige afkastforudsætninger, så er det nødvendigt at håndtere todimensionale matricer af årlige afkastforudsætninger.

Det er vores vurdering, at hensynet til at skabe så realistiske prognoser som muligt, dels i forhold til længden af tidshorisonten og dels i forhold til de aktuelle renteforhold, er tungtvejende. Det er derfor anbefalingen, at der for hver ønsket fraktil i slutfordelingen fastlægges en matrix af årlige afkastfraktiler, således at hvert element i denne matrix svarer til afkastet i et givet år fra start for en indbetaling med en bestemt tidshorisont. Det er klart, at modellen herved kompliceres noget i forhold til blot at arbejde med én årlig afkastfraktil pr. ønsket fraktil i slutfordelingen. I dag fastlægges afkastet i samfundsforudsætningerne som ét fast tal over hele fremregningsperioden. Dermed vil det under alle omstændigheder kræve IT-udvikling at kunne håndtere endimensionale afkastvektorer i stedet for tal. Kommet så langt er det vores vurdering at man her bør tillægge de faglige egenskaber i modellen størst vægt og derfor implementere todimensionale matricer i stedet for det nuværende afkasttal, når der alligevel skal foretages IT-udvikling.

Metoden forklares nærmere i afsnit 3¹.

2.5.1. Beregninger af middelaflast og fraktiler

Lad r_k^j betegne aktie- eller obligationsafkastet i år k i den j 'te simulation af i alt 50.000 simulationer.

- Middelaflastet i år i beregnes som

$$r^{middel}(i) = gn\left((r_k^j)_{j=1,\dots,50.000}\right),$$

hvor funktionen gn finder gennemsnittet for en vektor. Middelaflastet $r^{middel}(i)$ bruges til fremregning i kalenderår i ved beregning af det forventede slutdepot.

- *Antag at simulationerne stammer fra en stationær tilstand.* $x\%$ -fraktilen for det gennemsnitlige afkast over i år beregnes som

$$r^{x\%}(i) = q_{x\%}\left((r^j(i))_{j=1,\dots,50.000}\right),$$

hvor funktionen $q_{x\%}$ finder den empiriske $x\%$ -fraktil for en vektor, og hvor $r^j(i)$ er det gennemsnitlige afkast over de første i år i den j 'te simulation, dvs.

$$r^j(i) = \left(\prod_{k=1}^i (1 + r_k^j)\right)^{\frac{1}{i}} - 1.$$

Afkastfraktilen $r^{x\%}(i)$ bruges til at fremregne indskud, som falder i år før sluttidspunktet, ved beregning af en $x\%$ -fraktil for det samlede slutdepot.

- *Antag at simulationerne ikke stammer fra en stationær tilstand.* $x\%$ -fraktilen for det gennemsnitlige afkast fra år i_1 til år i_2 beregnes som

¹ Det skal bemærkes, at den foreslåede forenkede fraktilmetode ikke må opfattes som en hindring for at implementere den underliggende simulationsmodel.

$$r^{x\%}(i_1, i_2) = q_{x\%} \left(\left(r^j(i_1, i_2) \right)_{j=1, \dots, 50.000} \right),$$

hvor funktionen $q_{x\%}$ finder den empiriske $x\%$ -fraktil for en vektor, og hvor $r^j(i_1, i_2)$ er det gennemsnitlige afkast fra år i_1 til år i_2 i den j 'te simulation, dvs.

$$r^j(i_1, i_2) = \left(\prod_{k=i_1}^{i_2} (1 + r_k^j) \right)^{\frac{1}{i_2 - i_1 + 1}} - 1.$$

Afkastfraktilen $r^{x\%}(i_1, i_2)$ bruges til at fremregne indskud, som falder år i_1 , ved beregning af en $x\%$ -fraktil for det samlede slutdepot år i_2 .

I bilag A "Grafer til illustration af afkastfraktiler" er illustreret todimensionelle afkastfraktiler for forskellige år samt forskellige startniveauer af den korte rente. Specielt illustreres udjævningen af afkast over tid, således at risiko per tidsenhed er aftagende med investeringshorisont, som beskrevet i afsnit 2.3. Desuden underbygges på side A2 og A4 vigtigheden af at arbejde med todimensionale afkastfraktiler hvor fordelingen ikke er stationær (her renteprocessen), idet forskellene i fraktilerne er betydelige. På side A3 underbygges det faktum, at man, hvor fordelingen er stationær, kan nøjes med endimensionale fraktil afkast, idet fraktilafkastene ikke ændrer sig over tid.

Det bemærkes, at middelfkastene beregningsmæssigt adskiller sig væsentligt fra fraktilafkastene, idet middelfkastene vedrører afkastet i specifikke kalenderår, mens fraktilafkastene vedrører afkastet over forskellige tidsperioder. De forskellige beregningsmetoder er valgt for på bedst mulig vis at ramme forventning og fraktiler for pensionsformuen på pensioneringstidspunktet.

Det bemærkes desuden, at al korrelation mellem aktier og obligationer går tabt ved beregning af middelfkast og afkastfraktiler. Dette skyldes, at der beregnes marginale fraktiler for aktier og obligationer særskilt i stedet for simultane fraktiler, da disse ikke er veldefinerede. Man kunne indføre en korrelationsmatrix til anvendelse sammen med de marginale fraktiler, men dette ville indebære en unødigt kompliceret fremregningsmetode og korrelationsestimation. I den beskrevne stokastiske model er korrelation mellem aktier og obligationer dog også begrænset. Afkastfraktilerne indkapsler til gengæld aktiernes og obligationernes udvikling over tid, så seriekorrelations egenskaben bevares.

2.6. Parameterestimation

På samme måde som for samfundsforudsætningerne i dag er det et krav, at kalibrering af parametre varetages fra centralt hold, hvad enten det fortsat skal være Forsikring & Pension og Finansrådet, eller Finanstilsynet eller en anden myndighed, der varetager opgaven. Det enkelte selskab skal ikke selv finde parametre til modellen uanset, om selskabet vil beregne prognoser ved simuleringsmetoden eller fraktilmetoden. Til en hver tid må der kun være ét sæt gældende parametre for hver af de to metoder, og disse sæt af parametre bør opdateres med passende tidsinterval, for eksempel årligt.

Vi ser det ikke som værende nødvendigt her at udpege en specifik metode til denne opdatering og efterfølgende kalibrering af modellen. Det skal blot understreges, at da vi har indskrænket modellen til blot at indeholde to aktivtyper, vil det mest risikofylde aktiv skulle dække flere aktivklasser end blot traditionelle aktier, ligesom det mindst risikofylde skal dække blandt andet stats-, realkredit- og diverse andre kreditobligationer af forskellig varighed. Disse aspekter bør naturligt spille ind i fastsættelsen af parameterværdierne. Ønsker man desuden at processen for den korte rente og/eller risikopræmien på aktier skal begynde i en bestemt værdi, skal disse startværdier være tæt på de faktiske værdier, hvorfor kalibreringsmetoden specifikt skal sikre dette.

Hvor andet ikke specifikt fremgår, er eksempelberegningerne i denne rapport fremkommet på baggrund af følgende parameterværdier:

Parameter	Værdi	Parameter	Værdi
σ_S	14%	λ_B	25%
α	10%	κ	25%
ξ	3,91%	θ	2,86%
σ_x	0,5%	σ_r	1,5%
$x(0)$	3,91%	$r(0)$	2,86%
ρ	0%	-	-

Parametrene sikrer, at det gennemsnitlige afkast er 7% for aktier og 4% for obligationer, hvilket stemmer overens med samfundsforudsætningerne for 2014, udgivet af Forsikring & Pension og Finansrådet. Desuden er værdierne kraftigt inspireret af de ovenfor nævnte artikler i Finans/Invest.

2.7. Advarsel: Fraktiler kan ikke benyttes ukritisk til produktvalg

Det er vigtigt at pointere, at rapportens anbefaling om anvendelse af fraktiler til illustration af usikkerhed ikke må opfattes som en generel anbefaling om at anvende fraktiler til mere avancerede investeringsvalg.

I den akademiske finansielle og økonomiske litteratur er den klart mest anerkendte og udbredte tilgang til investeringsvalg (hvilket i en pensionsammenhæng svarer til valg af produkt eller investeringsprofil) princippet om maksimering af den forventede *nytte* i henhold til en *nyttefunktion*. Typen af nyttefunktion svarer til en bestemt type *risikoaversion*, som dermed udgør en alternativ fortolkning. Livscyklustankegangen, som har ført til de såkaldte livscyklusprodukter, der for tiden vinder større og større udbredelse på det danske pensionsmarked, hviler således på princippet om maksimering af forventet nytte².

Der er i sammenligning hermed meget få studier af investeringsstrategier, der bygger på kriterier relateret til fraktiler. Fraktiler kan således føre til inkonsistente og ikke-intuitive investeringsvalg. I en simpel Black-Scholes model, hvor renten er konstant, kan det eksempelvis vises, at f.eks. 5% fraktilen for en ren aktieinvestering overstiger værdien af obligationen, hvis blot tidshorisonten er lang nok. Dette kan – lidt naivt - føre til den konklusion, at hvis blot tidshorisonten er lang nok, skal man investere rent i aktier (og i eksemplet leve med de 5% sandsynlighed for at få mindre end obligationen ville give). Problemet er, at denne fraktilbetragtning ikke inddrager muligheden for at omlægge investeringerne undervejs i forløbet. Endvidere tages der ikke højde for *fordelingen* af slutformuen; der ses netop alene på fraktilerne, hvilket giver et for ensidigt billede af forventet afkast og risiko.

Rapportens anbefaling om anvendelse af fraktiler skal således ses som en mulighed for illustration af usikkerhed, som er relativt let tilgængelig i den forstand, at de fleste mennesker kan forholde sig til et udsagn i stil med: ”Sandsynligheden for, at pensionsformuen vil være mindst 2 mio. kr. er 25%”. Andre mål for risiko som f.eks. standardafvigelse og VaR er derimod meget tekniske og vil være vanskelige at kommunikere.

² Mere præcist bygger livscyklustankegangen og de investeringsstrategier, der typisk anbefales i sammenhæng hermed, på inddragelse af fremtidig lønindkomst (*human kapital*) i kombination med anvendelsen af nyttefunktioner med *konstant relativ risikoaversion*.

2.8. Alternative tilgange

En illustration af usikkerheden ved pensionsprognoser forudsætter – implicit eller eksplicit – nogle antagelser om en stokastisk model for den pensionsformue eller de pensionsydelse, man ønsker at prognosticere.

I stedet for vores modelforslag, som blev præsenteret ovenfor, kunne man f.eks. vælge en mere enkel ad hoc tilgang, hvor man ud over selve prognosetallet (baseret på deterministiske afkastforudsætninger som det er tilfældet i dag) beregner prognosetal svarende til en forøgelse henholdsvis en reduktion af det forudsatte afkast på f.eks. 1 procentpoint. Eller man kunne anvende en (implicit) forudsat fordeling af slutformuen eller ydelserne og vise nogle fraktiler heri.

Et grundlæggende problem med sådanne ad hoc metoder er, at de netop er ad hoc, og ikke baseret på en underliggende model. Det er derfor vanskeligt at begrunde rimeligheden og realismen i de (implicitte) fordelinger, der ligger til grund. Endvidere vil en sådan metode ikke afspejle de forhold, der er nævnt ovenfor vedrørende de aktuelle renteforhold og tidshorisontens længde, med mindre der korrigeres for dette. Men en sådan korrektion vil i sagens natur også være ad hoc, og det vil svække beregningernes troværdighed yderligere. For eksempel vil det med disse ad hoc metoder blive uforholdsmæssigt vanskeligt at vise konsistente resultater over tid eller ved samtidig visning af prognoseudbetalinger og usikkerheden om disse ved flere forskellige pensionsaldrer.

Vi har fravalgt ad hoc metoder, for at sikre den objektivitet og konsistens, der følger af at anvende samme anerkendte model på tværs af produkter og selskaber. Vi har endvidere vurderet at anvendelse af samme model til flere formål sikrer den sammenhæng, som er nødvendig for at kunne give kunde et konsistent og sammenhængende billede af pensionen.

2.9. Usikkerhed pga. levetidsforudsætninger

For opsparing i pengeinstitutter og for rene kapitaliseringsprodukter, hvor eksponeringen over for levetidsforudsætninger er nul, bliver denne parameter irrelevant.

Mange pensionsselskaber markedsfører imidlertid produktkombinationer, herunder livsvarige pensioner, hvor de levetidsforudsætninger, der lægges til grund for beregningerne, har indflydelse på både beregning af 1. års pensionsudbetaling og den efterfølgende årlige regulering af pensionsudbetalingerne.

2.9.1. Udgangspunkt for prognoseberegningerne

Det er her Aktuarforeningens anbefaling, at prognoseberegninger tager udgangspunkt i de beregningsforudsætninger selskaberne anvender til beregning af den regnskabsmæssige værdi af forsikringshensættelserne, dvs. som udgangspunkt Finanstilsynets modeldødelighed eller en dødelighed af samme niveau, med mindre det enkelte selskab har tungtvejende og statistisk velbegrundede argumenter til at anvende andre forudsætninger.

Når pensionsalderen nærmer sig, vil det imidlertid ofte være hensigtsmæssigt at anvende den dødelighed, som selskabets faktisk har besluttet at anvende³ ved beregning af de faktiske pensionsudbetalinger, således at prognoseoplysningen om 1. års pensionsudbetalinger nærmer sig den faktiske udbetaling når kunden kommer tæt på pensioneringstidspunktet. Hvis ikke man tillader denne til-

³ Her vil der være variationer i, hvad der er relevant at anvende alt afhængig af produkttype og pensionsleverandør. Det kan f.eks. være en (ugaranteret) tariffdødelighed, en 2. ordens dødelighed eller lignende.

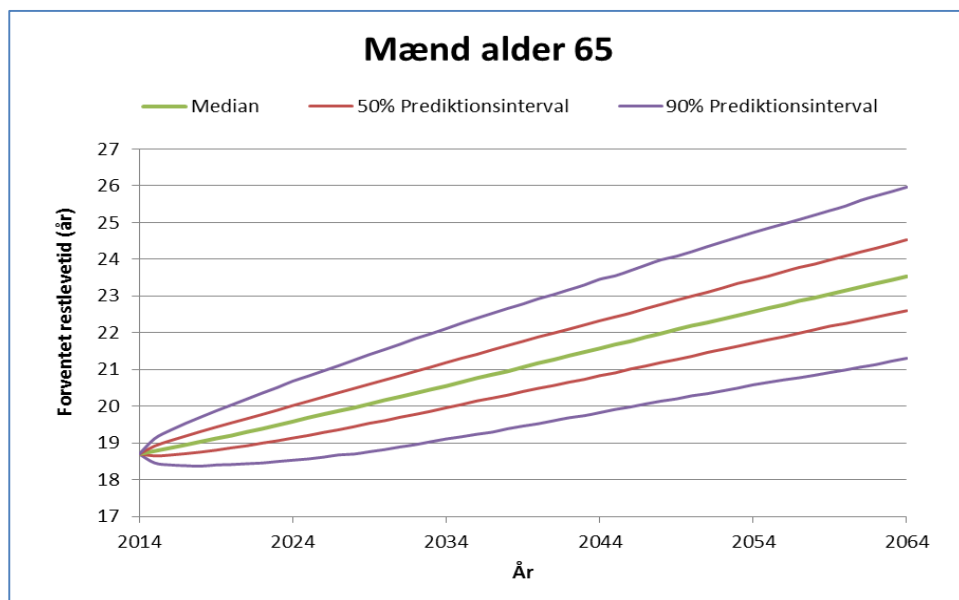
pasning vil prognoseoplysningerne blive misvisende tæt på pensionsalderen – netop på det tidspunkt, hvor kunden må forvente, at prognoserne skulle være allermest troværdige. Det er ikke hensigtsmæssigt.

Vi foreslår her, at selskaberne som udgangspunkt skal anvende modeldødeligheden på lang sigt, men åbner op for, at selskaberne i en periode, der rækker 5 år frem kan anvende en anden selskabsspecifik dødelighed for at sikre retvisende prognoser de sidste år frem til pensionering. Hvis selskaberne anvender en anden dødelighed end modeldødeligheden, bør der naturligt stilles krav om, at der tages højde herfor i det reguleringspotentiale for de årlige reguleringer af de løbende pensionsudbetalinger, der kommunikeres til kunden.

2.9.2. Levetidernes bidrag til usikkerhed om prognoserne

For livrenter er det potentielt ikke kun usikkerheden knyttet til afkastet, der bidrager til usikkerheden ved prognosen. Særligt hvis der er lang tid til pensionstidspunktet kan usikkerheden knyttet til udviklingen i (rest)levetider have betydning. Når formuen på pensionstidspunktet omregnes til livsvarige pensionsydelse, har restlevetiden på dette tidspunkt betydning for disse ydelser – i hvert fald under den implicitte antagelse, at selskaberne på lang sigt tilpasser levetidsforudsætningerne i deres ”udbetalingsgrundlag” til den faktiske udvikling.

For at kvantificere denne usikkerhed har vi fået foretaget nogle beregninger af 25% og 75% fraktillerne i ”kohorte”-restlevetiderne for 65-årige mænd henholdsvis kvinder i perioden fra 2014 til 2064 i ATP’s SAINT-model, jf. Jarner og Kryger (2011). Det vil sige med udgangspunkt i den stokastiske model for udviklingen i (rest)levetiden viser beregningerne, at der f.eks. er 25% sandsynlighed for, at restlevetiden for en mand, der i 2034 er 65 år, er mindre end en bestemt værdi (i eksemplet netop 25% fraktilen for restlevetiderne i 2034). Figuren nedenfor illustrerer beregningerne for 65-årige mænd. Beregningerne er desuden vedlagt som bilag C.



På baggrund heraf er det vores vurdering, at usikkerheden knyttet til udviklingen i restlevetider sammenlignet med usikkerheden knyttet til afkastet er for lille til, at det tilfører tilstrækkelig værdi at modellere og indarbejde denne usikkerhed i forhold til den kompleksitet det vil medføre. Eksempelvis kan det anføres, at 25%, 50% og 75% fraktillerne for restlevetiden for mænd 20,0 år, 20,6 år

og 21,12 år (for 65-årige kvinder i 2034 er henholdsvis 23,6 år, 24,2 år og 24,9 år). I forhold til 50% fraktilen giver de to øvrige fraktiler således en usikkerhed i restlevetiden i niveauet 0,6 år, svarende til ca. 2,5-2,9%. Til sammenligning er den tilsvarende usikkerhed på afkastet for en 20-årig tidshorisont i størrelsesordenen 14% (forskellen mellem 75% og 50% fraktilerne i forhold til 50% fraktilen for pensionsformuen beregnet ved den stiliserede livscyklusstrategi, jævnfør afsnit 3).

Vi har derfor valgt at forenkle modellen ved ikke at inddrage usikkerheden i restlevetiden som et selvstændigt element. Dette ville kræve en underliggende model for restlevetiden, som ville komplicere hele modelapparatet ganske betydeligt, og som nævnt vurderes det ikke at tilføre tilstrækkelig værdi til, at det giver mening.

Det skal retfærdigvis tilføjes, at dette ikke nødvendigvis gør sig gældende på lang sigt. Man kunne godt forestille sig, at der om 30-40 år er sået betydeligt større usikkerhed om udviklingen i restlevetiderne, men det vurderes ikke at være relevant i denne sammenhæng. Se i øvrigt afsnit 4.3, hvor vi diskuterer værdien af at kommunikere prognoseusikkerhed over meget lange tidshorisonter.

Samlet set er det vores vurdering, at prognosernes prædiktions forbedres væsentligt ved at implementere realistiske levetidsforudsætninger svarende til modeldødeligheden med dens indbyggede levetidsforbedringer i beregningsforudsætningerne. Kommet så langt, er det vores vurdering, at indregning af usikkerhed om levetidsforbedringerne i fremtiden er for kompleks og dyr at implementere sammenlignet med den forventede forbedring af kvaliteten af de samlede prognoseoplysninger, dette vil indebære.

2.10. Investeringsomkostninger og andre omkostninger

Vi har ikke indregnet investeringsomkostninger i ovenstående i beskrivelsen af modellen. Det er imidlertid vores faglige holdning, at modellen bør parametriseres til at beskrive investeringsafkastet før investeringsomkostninger. Derefter skal det enkelte selskab parallelforskyde de årlige investeringsresultater nedad med en fast rentemarginal svarende til selskabets forventede investeringsomkostninger.

Investeringsomkostningerne bør tage udgangspunkt i selskabets aktuelle satser med mindre det enkelte selskab specifikt kan argumentere for et andet parametervalg.

Forsikringsaftalens øvrige faktiske omkostningsbidrag vil enten kunne beregnes sammen med fradrag for forsikringspræmier i den månedlige policefremregning, eller alternativt estimeres og fratrækkes som en rentemarginal på samme måde som investeringsomkostningerne – svarende til ÅOP omkostningsdefinitionen.

I lighed med investeringsomkostningerne bør der korrigeres tilsvarende for eventuel risikoforrentning/driftsherretillæg.

3. Resultater

I dette afsnit sammenlignes resultaterne for de to beregningsmetoder, der tidligere er præsenteret. Det bemærkes, at vi i eksemplerne hverken har regnet med PAL, inflation eller omkostninger.

3.1. Metode for sammenligning mellem fraktilmetoden og simulationsmetoden

For at sammenligne fraktilmetoden med simulationsmetoden betragtes 9 forskellige eksempler på pensionskunder – alle med en årlig opsparingspræmie på 50.000 kr. og uden forsikringsrisiko. Derudover har de følgende karakteristika:

1. 30 års tidshorisont, 100.000 kr. i indskud, livscyklusprodukt
2. 20 års tidshorisont, 600.000 kr. i indskud, livscyklusprodukt
3. 10 års tidshorisont, 1.100.000 kr. i indskud, livscyklusprodukt
4. 30 års tidshorisont, 100.000 kr. i indskud, 80% i aktier
5. 20 års tidshorisont, 600.000 kr. i indskud, 80% i aktier
6. 10 års tidshorisont, 1.100.000 kr. i indskud, 80% i aktier
7. 30 års tidshorisont, 100.000 kr. i indskud, 20% i aktier
8. 20 års tidshorisont, 600.000 kr. i indskud, 20% i aktier
9. 10 års tidshorisont, 1.100.000 kr. i indskud, 20% i aktier

Det betragtede stiliserede livscyklusprodukt har vi defineret som 20% i aktier de sidste 5 år af tidshorisonten, 50% i aktier med 6-15 år tilbage af tidshorisonten og 80% i aktier før da.

3.1.1. Simulationsmetoden

Ved hjælp af simulationsmetoden findes på følgende måde fraktiler og forventning for hver kundes slutdepot: Der simuleres 50.000 udfaldsstier for aktie- og obligationsafkastet 50 år frem i tiden, med den finansielle model fra afsnit 2.3. For hver sti regnes kundens depot frem over den relevante tidshorisont, idet der tilskrives afkast en gang årligt. Ved hver tilskrivning af afkast rebalanceres kundes depot, således at der opnås den ønskede aktieandel.

Mere formelt: Hvis vi lader $r_{A,k}^j$ og $r_{O,k}^j$ betegne henholdsvis aktie- og obligationsafkastet i år k i den j 'te simulation, T betegne kundens tidshorisont, *Indskud* betegne kundens opsparing på beregnings-tidspunktet, *Præmie* betegne kundens årlige opsparingspræmie og π_k^A betegne kundens aktieandel i år k , så er kundens slutdepot i den j 'te simulation givet ved

$$\begin{aligned} \text{Slutdepot}^j = & \text{Indskud} \times \prod_{k=1}^T \left(\pi_k^A (1 + r_{A,k}^j) + (1 - \pi_k^A) (1 + r_{O,k}^j) \right) \\ & + \sum_{i=1}^T \text{Præmie} \times \prod_{k=i}^T \left(\pi_k^A (1 + r_{A,k}^j) + (1 - \pi_k^A) (1 + r_{O,k}^j) \right). \end{aligned}$$

I alt fremkommer 50.000 slutdepoter, og ud fra disse beregnes empiriske fraktiler og gennemsnit. På graferne i bilag B "Grafer til sammenligning af fraktilmetoden og simulationsmetoden" refereres der til denne metode med "Simulations-fremregning" og "Forventning via simulation".

3.1.2. Fraktilmetoden

Ved hjælp af fraktilmetoden findes på en af følgende to måder fraktiler og forventning for hver kundes slutdepot:

3.1.3. Hvis afkastsimulationerne startes stationært

Der simuleres 50.000 udfaldsstier for aktie- og obligationsafkastet 50 år frem i tiden. Ud fra disse beregnes kalenderårsafhængige middelafrast og løbetidsafhængige (dvs. endimensionale) afkastfraktiler som beskrevet i afsnit 2.5. For hver fraktil regnes kundens depot frem over den relevante tidshorisont, idet hver præmie behandles som et selvstændigt indskud og fremregnes med en afkastfraktil svarende til løbetiden. Der tilskrives afkast en gang årligt, og ved hver tilskrivning af afkast rebalanceres hvert ”indskuds-del-depot”, således at der er den ønskede aktieandel. Dette giver et slutdepot svarende til hver fraktil.

Mere formelt: Hvis vi lader $r_A^{x\%}(i)$ og $r_O^{x\%}(i)$ betegne henholdsvis $x\%$ -fraktilen for det gennemsnitlige aktie- og obligationsafkast over i år, T betegne kundens tidshorisont, *Indskud* betegne kundens opsparing på beregningstidspunktet, *Præmie* betegne kundens årlige opsparingspræmie og π_k^A betegne kundens aktieandel i år k , så er $x\%$ fraktilen for kundens slutdepot givet ved

$$\begin{aligned} \text{Slutdepot}^{x\%} = & \text{Indskud} \times \prod_{k=1}^T \left(\pi_k^A \left(1 + r_A^{x\%}(T) \right) + (1 - \pi_k^A) \left(1 + r_O^{x\%}(T) \right) \right) \\ & + \sum_{i=1}^T \text{Præmie} \\ & \times \prod_{k=i}^T \left(\pi_k^A \left(1 + r_A^{x\%}(T - i + 1) \right) + (1 - \pi_k^A) \left(1 + r_O^{x\%}(T - i + 1) \right) \right). \end{aligned}$$

Desuden beregnes forventning ved at fremregne med middelafrastene for de år, som der fremregnes over. Igen rebalanceres der årligt.

Formelt set: Hvis vi lader $r_A^{\text{middel}}(k)$ og $r_O^{\text{middel}}(k)$ betegne henholdsvis middel aktie- og obligationsafkastet i år k , så er kundens forventede slutdepot givet ved

$$\begin{aligned} \text{Slutdepot}^{\text{forv}} = & \text{Indskud} \times \prod_{k=1}^T \left(\pi_k^A \left(1 + r_A^{\text{middel}}(k) \right) + (1 - \pi_k^A) \left(1 + r_O^{\text{middel}}(k) \right) \right) \\ & + \sum_{i=1}^T \text{Præmie} \times \prod_{k=i}^T \left(\pi_k^A \left(1 + r_A^{\text{middel}}(k) \right) + (1 - \pi_k^A) \left(1 + r_O^{\text{middel}}(k) \right) \right). \end{aligned}$$

På graferne i bilag B ”Grafer til sammenligning af fraktilmetoden og simulationsmetoden” refereres der til denne metode med ”1 dim fraktil-fremregning” og ”Forventning via middelafrast”.

3.1.4. Hvis afkastsimulationerne ikke startes stationært:

Der simuleres 50.000 udfaldsstier for aktie- og obligationsafkastet 50 år frem i tiden. Ud fra disse beregnes kalenderårsafhængige middelafrast og indbetalings- og løbetidsafhængige (dvs. todimensionale) afkastfraktiler som beskrevet i afsnit 2.5.

For hver fraktil regnes kundens depot frem over den relevante tidshorisont, idet hver præmie behandles som et selvstændigt indskud og fremregnes med en afkastfraktil svarende til indbetalings-tidspunktet og løbetiden. Der tilskrives afkast en gang årligt, og ved hver tilskrivning af afkast rebalanceres hvert ”indskuds-del-depot”, således at der er den ønskede aktieandel. Dette giver et slutdepot svarende til hver fraktil.

Mere formelt: Hvis vi lader $r_A^{x\%}(i_1, i_2)$ og $r_O^{x\%}(i_1, i_2)$ betegne henholdsvis $x\%$ -fraktilen for det gennemsnitlige aktie- og obligationsafkast fra år i_1 til år i_2 , T betegne kundens tidshorisont, *Indskud* betegne kundens opsparing på beregningstidspunktet, *Præmie* betegne kundens årlige opsparingspræmie og π_k^A betegne kundens aktieandel i år k , så er $x\%$ fraktilen for kundens slutdepot givet ved

$$\begin{aligned} \text{Slutdepot}^{x\%} = & \text{Indskud} \times \prod_{k=1}^T \left(\pi_k^A \left(1 + r_A^{x\%}(1, T) \right) + (1 - \pi_k^A) \left(1 + r_O^{x\%}(1, T) \right) \right) \\ & + \sum_{i=1}^T \text{Præmie} \times \prod_{k=i}^T \left(\pi_k^A \left(1 + r_A^{x\%}(i, T) \right) + (1 - \pi_k^A) \left(1 + r_O^{x\%}(i, T) \right) \right). \end{aligned}$$

Desuden beregnes forventning ved at fremregne med middelaflkastene for de år, som der fremregnes over. Igen rebalanceres der årligt.

Formelt set: Hvis vi lader $r_A^{\text{middel}}(k)$ og $r_O^{\text{middel}}(k)$ betegne henholdsvis middel aktie- og obligationsafkastet i år k , så er kundens forventede slutdepot givet ved

$$\begin{aligned} \text{Slutdepot}^{\text{forv}} = & \text{Indskud} \times \prod_{k=1}^T \left(\pi_k^A \left(1 + r_A^{\text{middel}}(k) \right) + (1 - \pi_k^A) \left(1 + r_O^{\text{middel}}(k) \right) \right) \\ & + \sum_{i=1}^T \text{Præmie} \times \prod_{k=i}^T \left(\pi_k^A \left(1 + r_A^{\text{middel}}(k) \right) + (1 - \pi_k^A) \left(1 + r_O^{\text{middel}}(k) \right) \right). \end{aligned}$$

På graferne i bilag B "Grafer til sammenligning af fraktilmetoden og simulationsmetoden" refereres der til denne metode med "2 dim fraktil-fremregning" og "Forventning via middelaflkast".

3.1.5. Overordnet set kan man sige følgende om forskellen på de to metoder

Med simulationsmetoden får hvert indskud og hver præmie lov at blive regnet frem, før der til sidst tages den ønskede fraktil på summen af indskuddene og præmierne, altså kan de "heldige" præmier (dem der rammer nogle gode afkast) og "uheldige" præmier (dem der rammer nogle dårlige afkast) i samme scenarium udligne hinanden, inden fraktilen findes. Med fraktilmetoden bliver hver præmie regnet frem på afkastfraktilen, og der er dermed ikke nogen udligning af "heldige" præmier og "uheldige" præmier. Man må derfor forvente, at fraktilmetoden skyder noget lavere end simulationsmetoden for lave fraktiler og tilsvarende højere for høje fraktiler.

3.2. Resultat af sammenligning mellem fraktilmetoden og simulationsmetoden

I bilag B "Grafer til sammenligning af fraktilmetoden og simulationsmetoden" findes 18 grafer, som plotter de to metoder op imod hinanden for de 9 eksempelskunder.

De første 9 grafer tager udgangspunkt i afkastsimulationer, som er startet stationært. Det vil sige, at startrenten og det initiale merafkast på aktier er trukket fra deres stationære fordeling. Rent teknisk approksimerer vi de stationære fordelinger i simulationerne ved at starte den korte rente og merafkastet i deres mean reversion levels og anvende en burn-in periode, hvilket betyder, at der i processerne simuleres et stort antal tidsstep (dage) inden den egentlige simulering af afkast finder sted. Dermed vil startværdierne for processerne i hver afkastsimulering være forskellig, svarende til at de er trukket fra de respektive stationære fordelinger. På grund af stationariteten benyttes endimensionale afkastfraktiler. For hver kunde findes 10%, 20%, 25%, 50%, 75%, 80%, 90% fraktiler for slut-

depotet samt forventning. Der fokuseres jævnfør afsnit 4 på 25% og 75% fraktilerne, hvorfor disse er fremhævet med vandrette linjer.

De sidste 9 grafer tager udgangspunkt i afkastsimulationer, som ikke alle er startet stationært. I stedet er to af afkastsimulationerne (ud af tre) startet udartet med en kort rente i henholdsvis 0,86% og 4,86%. Der benyttes derfor 2-dimensionale afkastfraktiler. For hver kunde findes af beregnings-tidsmæssige hensyn kun 25% og 75% fraktiler for slutdepotet samt forventning baseret på middel-afkast.

Det fremgår af graferne, at der generelt er pæn overensstemmelse imellem resultaterne fra henholdsvis simuleringsmetoden og fraktilmetoden. Fraktilmetoden har dog en tendens til at skyde for lavt på 25% fraktilen, men højst med 10% i forhold til simulationsmetoden. Dette var som nævnt ovenfor forventeligt. På 75% fraktilen er afvigelserne små, og de to forventninger ligger forholdsvis tæt. Sidstnævnte gælder også, når modellen ikke startes stationært, men dette er af overskuelighedsmæssige hensyn ikke plottet. Graferne underbygger valget om ikke at gå længere ud i halerne end 25% og 75% fraktilerne, da konfidensintervallerne ellers blive meget brede (og dermed ikke ret informative), igen jævnfør diskussionen i afsnit 4.2.

4. Krav til kommunikation og formidling

På nuværende tidspunkt har vi altså etableret en matematisk model, som dels kan regne første års prognoseydelse for alle gængse opsparingsformer (aldersopsparing, ratepension og livsvarige pensioner) med passende indregning af levetidsforudsætninger og også i en situation, hvor de nuværende markedsforhold adskiller sig fra de forventninger, vi har til rente og afkast på lang sigt.

Modellen er konsistent og kan anvendes til at beregne supplerende information til kunderne, herunder:

- Usikkerhed om prognoserne
- Forventet årlig regulering (trend) af løbende udbetalinger i udbetalingsperioden
- Usikkerhed om størrelsen af den årlige regulering af de løbende udbetalinger i udbetalingsperioden

Vi har yderligere etableret en forenklet beregningsmetode (fraktilmetoden), som i nogle sammenhænge vurderes bedre egnet til implementering i eksisterende IT systemer. Det er vores vurdering, at også fraktilmetoden er egnet til at levere forenklede fortolkninger af denne supplerende information.

Vi er dermed i stand til at regne supplerende oplysninger om prognoserne. I det følgende vil vi diskutere, hvordan vi vil foreslå at anvende modellerne til at formidle yderligere information til gavn for kunderne.

4.1. Enkelthed og nuancer

Det er en udfordring at kommunikere pensionsforhold med kunderne, alene fordi de fleste kunder beskæftiger sig så lidt med deres pension, som tilfældet er.

Når pension allerede i den nuværende situation opfattes som noget komplekst og teknisk, er det sin sag at foreslå regler, der vil supplere prognoseoplysningerne med yderligere information, og derved øge kompleksiteten. Rent kommunikativt bliver formidlingsopgaven mere udfordrende, hver gang man tilføjer flere oplysninger. Mere information er derfor ikke det samme som bedre information.

Information til kunderne bør i visse situationer kunne lagdeles for på den ene side at holde fokus på de vigtige budskaber men samtidig sikre, at der let kan søges uddybende information og større nuancering for de kunder, der har behov for det. Budskabernes vigtighed afhænger af, hvilken situation kunden er i, og hvilke valg kunden skal træffe.

For hver type supplerende information, vi nu kan regne, vil vi diskutere, hvor, hvornår og hvordan det giver mening at stille krav om, at selskaberne viser denne information for kunderne. Selskaberne kan naturligvis altid vælge at give mere information end minimumskravene.

4.2. Usikkerhed om prognoserne

Information om prognoseusikkerhed er relevant i 2 forskellige situationer, nemlig ved planlægning af indtægtsgrundlaget i pensionstilværelsen og i valgsituationer, hvor kunden skal vælge mellem forskellige pensionsprodukter og/eller investeringsprofiler. Den årlige pensionsoversigt underforstås her at have planlægningsformål for øje.

Afvejning mellem enkelthed og nuancer, informationens placering i forhold til lagdelt information m.v. bør nøje afspejle hvilken af de 2 situationer, der betragtes. I de følgende afsnit vil vi referere til denne sontring.

4.2.1. Hvordan vises usikkerhed?

Vi erkender, at pension er et lavinteresseområde forstået på den måde, at den typiske pensionskunde har begrænset tid og motivation til at sætte sig ind i pensionsforhold. Samtidig anerkender vi, at mange har vanskeligt ved at forholde sig til deres pension endsige til statistiske usikkerhedsbegreber.

Det foreslås derfor alene at illustrere prognoseusikkerheden gennem to supplerende tal i tillæg til den sædvanlige forventede prognoseudbetaling, nemlig en prognose svarende til godt og et dårligt forløb. Dermed fravælges det fulde risikobillede, altså den underliggende risikofordeling, til fordel for overblik og tilgængelighed.

Denne vurdering understøttes af EIOPAs rapport om information til pensionskunder. Her introduceres den gennemsnitlige europæiske pensionskunde Max, og der gennemgås en lang række studier til illustration af, hvilket informationsbehov Max har for at træffe relevante pensionsvalg. I rapporten arbejdes der også med tanker om, at et supplerende godt og dårligt scenarium giver Max det fornødne indblik i, at prognoser er forbundet med usikkerhed.

Formålet med informationen i ”planlægningssituationen” er at give kunden hjælp til at forholde sig til det faktum, at prognoser har en indbygget usikkerhed. Selv små afvigelser i forhold til det forventede afkast kan akkumulere op over tid og dermed give betydelige afvigelser i den udbetalte pension. Vi ønsker således at illustrere denne usikkerhed ved at beregne pensionsudbetalingerne i et godt og et dårligt scenarium.

I ”valgsituationen” er formålet med informationen om usikkerhed at illustrere sammenhængen mellem afkast og risiko. Også her er det vurderingen at to supplerende pensionsprognoser på et godt og dårligt forløb vil understøtte kundens valg på baggrund af dennes risikopræference, om end man især ved lange tidshorisonter kan få brug for yderligere oplysninger for at illustrere risikobilledet tilstrækkeligt.

4.2.2. Hvad er et godt og et dårligt scenarium?

Når usikkerheden om pensionsudbetalingerne skal formidles til kunden, er det vigtigt, at kommunikationen *kun* har til formål at understøtte kundens beslutningsgrundlag. Pensionselskabets behov for at undgå rådgivningsansvar vil ofte føre til ansvarsfraskrivelse i form af forbehold eller inddragelse af ekstreme situationer ved illustrationer af usikkerhed. Begge dele risikerer at forringe informationsværdien af de supplerende risikoberegninger for kunden.

En branchestandard kan imødekomme pensionsselskabernes behov for beskyttelse mod rådgiveransvar og samtidig sikre sammenlignelighed på tværs af produkter og selskaber, når der således ikke er diskussion om, hvad der karakteriseres som et godt og et dårligt scenarium.

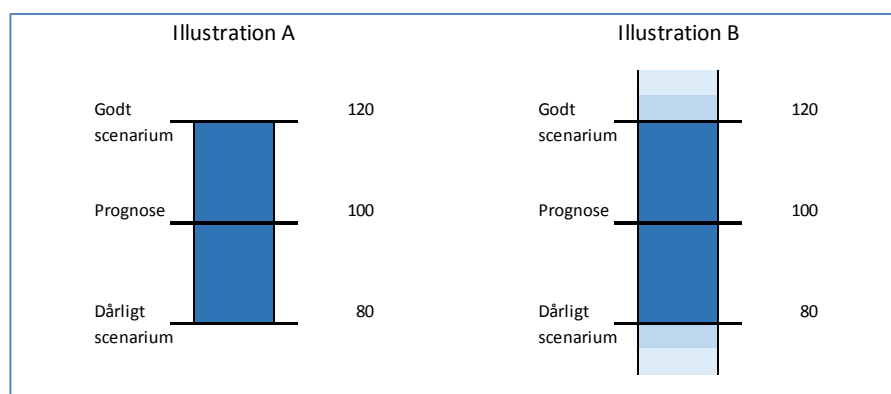
Det gode og dårlige scenarium skal være repræsentativt og illustrativt for den usikkerhed om pensionsudbetalingerne, kunden må imødesee.

Hvis man viser usikkerhed svarende til ekstreme scenarier, flyttes kundens fokus implicit til at omfatte situationer, som sjældent opstår. Samtidig vil meget store forskelle på det dårlige scenarium, det forventede scenarium og det gode scenarium devaluere værdien af prognosen. Fra de kommunikationseksperter, der har reviewet beregningseksemplerne i denne rapport, har vi således fået den entydige tilbagemelding, at hvis usikkerheden forekommer ”for stor”, så forvirrer de ekstra oplysninger mere, end de gavner. Kunden får simpelthen en opfattelse af, at pensionsudbetalingerne kan ende hvor som helst, og det bekræfter i værste fald kunden i, at pension hverken kan eller bør planlægges.

Ud fra en kommunikationsvinkel bliver spørgsmålet derfor, hvor lille sandsynlighedsmasse man kan tillade, at der skal ligge mellem det dårlige og gode scenarium for at understøtte perceptionen af, at prognosen er det centrale budskab, uden derved at undervurdere risikoen for meget.

I denne rapportes beregninger og eksempler har vi valgt at fokusere på 25% og 75% fraktilen. Det er en selvstændig diskussion, om disse fraktilvalg i tilstrækkelig grad repræsenterer risikoen, og vi mener da heller ikke, at vi kan forsvare fraktiler, der ligger tættere på hinanden, hvorved mindre end halvdelen af alle udfald ligger mellem det gode scenarium og det dårlige scenarium. Det er således vores vurdering, at disse fraktiler udgør en nedre grænse for, hvor smalt et konfidensbånd, man kan tillade sig at anvende for at illustrere den underliggende usikkerhed.

Fraktilvalget er fastlagt ud fra det helt uvidenskabelige argument, at 25% fraktilen er repræsentativ for ”de dårlige udfald” altså de udfald, der hører til den dårligste halvdel. Tilsvarende er 75% fraktilen repræsentativ for ”de gode udfald” svarende til den bedste halvdel af udfaldene. Vi er opmærksomme på, at mange vil være bekymrede for, at man med 25% henholdsvis 75% fraktilerne undervurderer risikoen, og det bliver vigtigt at pointere forskellen mellem ”et dårligt udfald” og ”det værste udfald” både i tekst og i eventuelle illustrationer. Dette illustreres eksempelvis i nedenstående primitive figur, hvor Illustration B i højere grad end Illustration A signalerer, at de faktiske pensionsudbetalinger kan blive såvel mindre end i ”det dårlige scenarium” som større end i ”det gode scenarium”.



Der findes således forskellige kommunikative effekter til at retfærdiggøre anvendelsen af relativt smalle konfidensbånd med udfaldsrum, som er håndterbare for den enkelte kunde.

I valgsituationen er der for lange tidshorisonter muligvis behov for at supplere de valgte fraktiler med yderligere et konfidensbånd svarende til f.eks. 10% og 90 % fraktilerne, idet 25% og 75% fraktilerne ikke giver et tilstrækkeligt bredt konfidensbånd til at vise sammenhængen mellem afkast og risiko, som det er diskuteret i Afsnit 2.7.

4.2.3. Hvornår vises prognoseusikkerhed?

Når en kunde skal vælge mellem forskellige pensionsprodukter eller forskellige investeringsprofiler, er der tale om en direkte valgsituation. Her er usikkerheden en del af beslutningsgrundlaget, og derfor hører kommunikationen om det dårlige og gode scenarium til i ”1. informationslag”. Det vil sige, at informationen umiddelbart skal vises sammen med prognosen i forbindelse med valgsituationer. Den må ikke være lagt i bilag eller bag en ”vis flere detaljer” knap i digitale medier.

Er der tale om den årlige pensionsoversigt er der ikke nogen direkte forventning om, at kunden foretager et valg. Her er formålet at give kunden et hurtigt overblik over dækningsforhold og forventet pensionsudbetaling. Derfor hører kommunikationen af usikkerhed til i 2. informationslag, som en nuancering men ikke den primære information. Det betyder, at informationen kan være flyttet til bilag eller gemt bag en ”vis flere detaljer” knap på digitale medier.

Er der tale om mere konkret pensionsplanlægning, vil pensionsoversigten indgå som en del af kundens beslutningsgrundlag, men også skattemæssige hensyn og valg af pensioneringsalder vil være væsentlige beslutningsparametre. Her er der tale om en rådgivningssituation, hvor pensionsoversigten ikke kan stå alene, hvorfor der i det hele taget må inddrages information udover, hvad der vises i 1. informationslag i pensionsoversigten.

For unge pensionskunder med 40-50 år til pensionering er det tvivlsomt, hvorvidt information om prognoseusikkerhed i pensionsoversigten selv i 2. informationslag har noget formål. Det synes meningsløst at skulle planlægge sit indtægtsgrundlag som pensionist på et tidligt tidspunkt i den erhvervsaktive karriere, hvor man i mange tilfælde end ikke har kendskab til sin forventede løn 5-10 år frem i tid. Selv hvis der vælges et smalt konfidensbånd mellem det dårlige og det gode scenarium på henholdsvis 25% og 75% fraktilerne, vil tidshorisonten føre til en usikkerhed om pensionsudbetalingerne, der akkumulerer op til absurde risikobetragtninger, som næppe skaber værdi for kunden.

Det anbefales, at en branchestandard for kommunikation af usikkerhed om den forventede pensionsprognose indrettes med henblik på kundernes informationsbehov. I tråd med anbefalingerne fra EIOPAs rapport bør man således tilrettelægge informationen efter, om der er et reelt beslutningspunkt, som kunden skal forholde sig til, og som derfor kræver information.

En branchestandard for pensionsoversigter kunne eksempelvis stille minimumskrav om, at prognoseusikkerhed skal kommunikeres i 1. kommunikationslag i situationer, hvor kunderne skal vælge mellem flere investeringsprofiler og yderligere altid i mindst 2. informationslag for kunder, der er fyldt 50 år. For kunder, der ikke er fyldt 50 år, kan informationen om usikkerhed udelades helt.

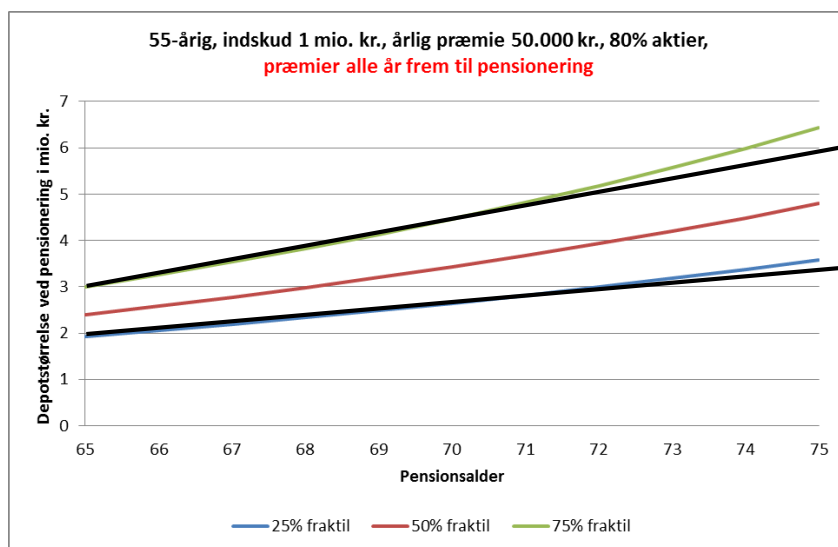
Det bør herudover stå ethvert selskab frit at oplyse yderligere eller på et mere fremtrædende kommunikationslag, end branchestandardens minimumskrav tilsiger. Der skal være plads til at honorere forskellige grupper af kunders forskellige informationsbehov.

4.2.4. Usikkerhed, når man viser prognoser ved flere forskellige pensionsaldrer

Hvis man regner prognoser ved at simulere i den stokastiske model, er det problemfrit at aflæse konfidensintervallerne ved forskellige udløbsaldrer. Udfordringerne opstår i oversættelsen til et deterministisk ”godt scenarium” og ”dårligt scenarium”.

Ofte viser selskaberne prognoseydelse ved flere forskellige pensionsaldr. I de tilfælde, hvor selskaberne også har ambition om at vise det gode og det dårlige scenarium for flere pensionsaldr, bliver beregningerne efter fraktilmetoden besværlige, fordi selskabet skal regne forfra for hver af de viste pensionsaldr med nye opslag i den todimensionale parametermatrix for investeringsafkast.

Vi foreslår her en forenkling, hvor selskaberne som udgangspunkt regner det gode og det dårlige scenarium, det vil sige henholdsvis 25% og 75% fraktilen for to aldr, nemlig "aftalt pensionsaldr" og "aftalt pensionsaldr" + 5 år. Afstanden mellem prognoseværdien og henholdsvis 25% fraktilen og 75% fraktilen vil så for alle andre pensionsaldr blive lineært interpoleret (og eventuelt ekstrapoleret) ud fra resultaterne ved disse to aldr, se figuren nedenfor, hvor de sorte linjer i figuren viser den lineære approksimation for henholdsvis det gode og det dårlige scenarium.



De lineære approksimationer vil også kunne anvendes i tilfælde af, at kunden ønsker prognoseberegninger for pensioneringsaldr, der ligger tidligere end det aftalte pensioneringstidspunkt.

4.3. Forventet reguleringspotentiale af løbende pensionsudbetalinger

Som tidligere nævnt beregner nogle selskaber løbende pensionsudbetalinger efter et "serieprincip", hvor selskabet *a priori* har indregnet et 0% afkast i udbetalingsperioden. Det realiserede afkast i år 1 fordeles derefter ud over den resterende periode, hvilket vil føre til en forventning om en årlig stigning i de løbende udbetalinger ca. svarende til det forventede procentvise årlige afkast. Andre selskaber anvender et "annuitetsprincip", hvor afkastforventningerne i udbetalingsperioden allerede fra begyndelsen er indregnet i definitionen af 1. års udbetaling. Dermed er første års udbetaling højere, mens kunden i forventning ikke vil få nogen årlig regulering. I praksis ser vi i branchen alle mulige varianter mellem serieprincippet og annuitetsprincippet og må derfor konstatere, at der på dette punkt ikke eksisterer en etableret standard.

De mange muligheder stiller krav til kommunikation, så kunden kan forholde sig til disse forskelle. Især når kunder står tæt over for pensionering eller i visse situationer, hvor kunder skal vælge mellem flere produktleverandører, vil oplysning om første års udbetaling alene virke mangelfuld, idet der i dag er stor forskel på, hvordan den forventede årlige regulering af de løbende pensionsudbetalinger foregår.

4.3.1. Hvordan vises reguleringspotentialiet?

I de situationer, hvor reguleringspotentialiet skal vises, kan selskabet gøre dette ved i tal og eventuelt suppleret med grafik at vise hvert enkelt års forventede løbende udbetaling eller – enklere – at supplere den forventede udbetaling i det første år efter pensionering med oplysning om en årlig forventet regulering udtrykt som en procentuel stigning.

Så længe udbetalingerne ikke afhænger af levetider eller selskaberne anvender modeldødeligheden som underliggende beregningsforudsætning, vil den forventede årlige regulering af pensionsudbetalingerne enkelt kunne beregnes som:

+ Forventet investeringsafkast – opgørelsesrente brugt til beregning årlig ydelse.

Udfordringerne opstår imidlertid, hvis selskabets aktuelle dødelighedsforudsætninger adskiller sig fra modeldødeligheden. I den situation bliver hovedbudskabet, nemlig prognosen for første års løbende pensionsudbetaling ”forkert”, hvis prognosen i udgangspunktet er beregnet ud fra modeldødeligheden.

Vi foreslår derfor som en pragmatisk løsning, at selskabet i en periode, der rækker f.eks. 5 år frem, kan anvende den selskabsspecifikke levetidsforudsætning, der svarer til de forudsætninger, som selskabet faktisk anvender til at beregne de løbende udbetalinger. Derved sikres en blød overgang til de faktiske udbetalinger, når kunden nærmer sig pensionering. Forskelle mellem selskabets aktuelle dødelighedsforudsætninger og modeldødeligheden vil herefter skulle ”opfanges” i oplysningen om den forventede årlig regulering af de løbende udbetalinger, som nu vil skulle beregnes som:

+ Forventet investeringsafkast – opgørelsesrente brugt til beregning årlig ydelse

+ Modeldødelighed – faktiske dødelighedsforudsætninger i beregningsgrundlaget (opgjort som en vægtet gennemsnitlig rentemarginal over hele udbetalingsperioden, hvor gennemsnittet er vægtet med overlevelsessandsynligheden).

4.3.2. Hvornår vises reguleringspotentialiet?

Ligesom det gælder for usikkerheden om værdien af 1. års prognoseudbetaling, så vil oplysninger om reguleringspotentialiet i de forventede udbetalinger ikke være en relevant oplysning for alle kunder i alle situationer.

Vi foreslår her et sæt minimumsregler for kommunikation af reguleringspotentialiet, der er i tråd med kravene til visning af usikkerhed i prognoserne. Det indebærer, at oplysninger om årlig regulering ikke behøver at blive vist for kunder, der ikke er fyldt 50 år.

Jævnfør diskussionen om levetidsforudsætninger, kan selskabet, så længe det anvender modeldødeligheden i prognoseberegningerne nøjes med at vise reguleringspotentialiet i 2. kommunikationslag, og her vil den forventede regulering enkelt kunne opgøres som forskellen mellem det forventede afkast og grundlagets afkastforudsætning (tarif/grundlagsrente).

Hvis selskabet i prognoseberegningerne omsætter den fremregne reserve til en pension baseret på et passiv, der adskiller sig fra niveauet for den fremtidige forventede dødelighed (modeldødeligheden eller tilsvarende niveau), bør man stille krav om, at dette på passende vis reflekteres i reguleringspotentialiet og vises i 1. kommunikationslag sammen med prognosen for første års pensionsudbetaling. Hvis man følger de i afsnit 4.3.1 foreslåede retningslinjer for beregning af prognoser, vil

dette primært være relevant for kunder med mindre end 5 år til pensionering. På det tidspunkt vurderer vi under alle omstændigheder, at reguleringspotentialet vil være en relevant supplerende oplysning, som bør vises i 1. kommunikationslag.

4.4. Usikkerhed om størrelsen af de årlige reguleringer af de løbende ydelser

For rene markedsrenteprodukter uden udjævningsmekanismer vil det realiserede afkast i udbetalingsperioden slå direkte igennem på den årlige regulering af de løbende pensionsudbetalinger. Der kan derfor være et behov for også at kommunikere især risikoen for, at pensionsudbetalingerne reguleres i nedadgående retning i forhold til det forventede.

Det er vores vurdering, at så længe kunden ikke er gået på pension, så er formidlingen af, at der er usikkerhed om 1. års pensionsudbetalinger, tilstrækkelig kompleks og repræsentativ for kunderne. Det vurderes dermed at være unødigt komplekst at forsøge at formidle, at der også er usikkerhed om den årlige regulering af en i forvejen volatil 1. års pensionsudbetaling.

Først når kunden er gået på pension, og første års løbende pensionsudbetalinger er fastlagt, opstår der et behov for at vise usikkerhed om de efterfølgende års udbetalinger.

Disse kan enkelt beregnes i modellen ved først at beregne et godt og et dårligt scenarium på en et års horisont og derefter beregne, hvilken konsekvens disse realiserede udfald vil få for den årlige pensionsudbetaling.

Hidtil har vi alene beskæftiget os med rene markedsrenteprodukter, men denne sidste beregning vil også kunne gennemføres meningsfyldt for selskaber med automatiske udjævningsalgoritmer, som stabiliserer reguleringen i de årlige udbetalinger.

Det er som tidligere skrevet vores vurdering, at supplerende oplysninger om usikkerheden af den årlige regulering først vil være relevant for kunder, der er gået på pension. Til gengæld vurderer vi, at disse oplysninger på dette tidspunkt bør kommunikeres i 1. kommunikationslag.

5. Implementering og forenklinger

I dag regner mange selskaber deres prognoser direkte i produktionssystemerne ved at genbruge månedsfremregningsmekanismen og indsætte parametre for omkostninger, risikopræmier og investeringsafkast svarende til de nuværende bonussatser for omkostninger og risikopræmier tilsat forventninger til investeringsafkast, som det er defineret i henhold til de nuværende samfundsforudsætninger.

De fleste selskaber har ikke systemer til at lave stokastiske simuleringer. Det er den primære årsag til, at vi i tillæg til simulationsmetoden har foreslået fraktilmetoden i afsnit 2 og 3.

Selv fraktilmetoden indeholder dog en betydelig kompleksitet sammenlignet med de nuværende prognoseberegninger. Ét er, at der skal regnes tre prognoser i stedet for én, når man skal regne en forventet prognose samt en prognose svarende til henholdsvis et dårligt og et godt scenarium. Værre er selve parametersætningen. Med det nuværende system kan man principielt regne frem med samme rentesats hver eneste måned hele vejen frem til pensionering. Vælger man at starte i det stationære punkt vil afkastet variere fra år til år, og der skal således indlæses en vektor af rentesatser i stedet for. Da vi oven i købet har valgt en model, hvor afkastforudsætningerne på starttidspunktet kan adskille sig fra de langsigtede forventninger til investeringsafkastet, svarende til at man starter uden for det stationære punkt, vil bestanden yderligere skulle opdeles i grupperinger efter restvarighed, hvilket indfører endnu en dimension, så afkastforudsætningerne nu fremgår af en todimensional parametermatrix.

Samtidig indføres en såkaldt ”kohortefordeling” for levetidsforudsætningerne, hvor den indbyggede forudsætning om levetidsforbedringer over tid indebærer, at dødeligheden på pensioneringstidspunktet både afhænger af kundens alder i dag og alderen på pensioneringstidspunktet, hvilket også for dødeligheden indebærer en todimensional parametermatrix, som systemet skal kunne håndtere.

5.1. Implementering

Vi er meget bevidste om, at de ekstra dimensioner – også selv om de måske kan beskrives som ”simple tabelopslag” – i praksis vil indebære betydelige IT investeringer mange steder. Vi vil derfor anbefale, at et nyt regelsæt implementeres med passende varsel, så selskaberne får tid til at indrette deres systemer efter de nye spilleregler.

Det er også vigtigt, at retningslinjerne ikke forceres ned over produkttyper, hvor modellens grundlæggende struktur ikke passer til produkternes opførsel og karakteristika, jævnfør afsnit 6. En god implementering vil i mange sammenhænge også være en pragmatisk implementering, hvor man holder sig for øje, at hvis prognoseberegningerne anvendes på opsparingsformer, som fagligt må vurderes at opføre sig markant anderledes, end oplysningerne giver indtryk af, så er kunderne måske bedre stillet uden de supplerende oplysninger.

5.2. Forenklinger

Man kan med rette stille spørgsmål til, om det virkeligt er nødvendigt at indføre den nye kompleksitet i prognosefremregningerne, og i det følgende vil vi forklare baggrunden og åbne for, at minimumskraverne til selskaberne måske kan blødes op, hvis selskaberne samtidig analytisk kan påvise, at de ikke derved stiller kunderne bedre resultater i udsigt, end den bagvedliggende model tilsiger.

5.2.1. Levetidsforudsætninger

Som beskrevet i afsnit 2.9 er det vores faglige vurdering, at prognoser, der rækker mange år ud i tid, bør tage højde for den forventede levetidsforbedring. I denne sammenhæng vurderer vi, at livsvarige pensioner for kunder, der endnu ikke er gået på pension, pr. definition rækker mange år ud i fremtiden. Hvis ikke de forventede levetidsforbedringer indarbejdes i prognoserne, risikerer man at få ikke-retvisende resultater. Derfor er det vores vurdering, at levetidsforbedringerne skal indarbejdes i prognoserne eller tydeligt fremgå som reduceret reguleringspotentiale.

Modeldødeligheden og den måde, den er defineret på, strider imidlertid mod opbygningen i mange IT systemer. Modeldødeligheden er defineret ved en specifik dødelighedsforventning for hver enkelt helårlige alderstrin, men mange IT systemer har defineret dødeligheden ved en Gompertz-Makeham lignende formel.

Især for selskaber, hvor den livsbetingede opsparing primært består af relativt ”rene” livsvarige pensioner kunne man måske forestille sig, at selskabet kunne undgå at regne med modeldødelighedens kohorteforudsætninger, men i stedet en klassisk Gompertz-Makeham formel, hvis parametersætningen er afstemt, så resultaterne bliver sammenlignelige med de opnåede resultater under anvendelse af modeldødeligheden.

Vi vil anbefale, at et nyt sæt retningslinjer for prognoseberegninger tillader denne form for metodefrihed, idet vi forstiller os, at et sådant metodevalg vil kræve, at selskabet over for f.eks. Finanstilsynet, revisionen eller andre skulle lave aktuarmæssige analyser, som for et bredt udvalg af kunder viser, at de resulterende prognoseberegninger giver sammenlignelige resultater med prognoser regnet med modeldødeligheden.

5.2.2. Afkastforudsætninger

Idet vi fastholder behovet for at kunne vise usikkerhed om prognoseberegningerne, kan man ikke nøjes med en enkelt afkastforudsætning. Hvis ikke afkastet simuleres, skal man beregne det dårlige og det gode scenarium med fraktilmetoden, hvilket igen stiller krav om, at man anvender afkastforudsætninger, som afhænger af den periode, som investeringerne foretages over. Det ser vi ingen mulighed for at komme omkring.

Som diskuteret i afsnit 2.5 kan man godt udfordre, om det er strengt nødvendigt at åbne op for, at vi kan modellere en situation, hvor afkastforudsætningerne på kort sigt adskiller sig fra de langsigtede forventninger. Dette har faktisk være tilfældet de senere år, og netop denne markedssituation er vel hovedforklaringen på det fænomen, vi ser i dag; nemlig, at afkastforventningerne i de nuværende samfundsforudsætninger på kort og mellemlang sigt er urealistisk høje for at tilgodese de helt langsigtede forventninger. Dette dilemma har vi løst med den model, vi har sat op.

Vi har også ved gennemregninger konstateret, at hvis man giver køb på muligheden for at sætte afkastforventningerne ned på kort sigt, så bliver de beregnede prognoseværdier overvurderet betragteligt, jf. bilag B ”Grafer til sammenligning af fraktilmetoden og simulationsmetoden”.

På den baggrund vurderer vi, at fleksibiliteten til at kunne adskille parametrene for afkastet på kort sigt fra de langsigtede forventninger er en værdifuld egenskab at bevare i modellen, også selv om det stiller øgede krav til de bagved liggende beregningssystemer.

På samme måde som med levetidsforudsætningerne kan man også her overveje at formulere retningslinjerne for beregning af prognoser, så der er metodefrihed til at foretage repræsentative beregninger på alternative måder under forudsætning af, at selskabet kan dokumentere, at resultaterne svarer til at regne efter de i denne rapport foreslåede metoder og i hvert fald ikke stiller selskabet i et konkurrencemæssigt bedre lys end ellers.

5.3. Parameterestimation og kalibrering

Det er en forudsætning for at indføre en ny branchefælles metode til beregning af prognoser, at parametriseringen af modellen foregår centralt. Hidtil har Finansrådet og Forsikring & Pension i fællesskab fastlagt afkastforudsætningerne i de nuværende samfundsforudsætninger.

Denne praksis kan udmærket fortsætte, selv om vi forholder os lidt kritiske til de nuværende forudsætninger for især obligationsafkast. Vi er endvidere opmærksomme på, at abstraktionsniveauet i de modeller, vi foreslår her, umiddelbart er højere, hvorved det er vanskeligere at forholde sig til betydningen af f.eks. styrken af ”mean reversion” i modellen. Det er derfor vores vurdering, at den matematiske model, vi foreslår, kræver mere matematisk analyse for at fastsætte parametrene, hvilket igen gør parameterfastsættelsen mindre egnet til politisk drøftelse.

På den baggrund synes det måske mere hensigtsmæssigt, at f.eks. Finanstilsynet eller anden relevant myndighed overtager ansvaret for at fastsætte alle relevante parametre i modellen – inklusive f.eks. de fraktiler i prognosemodellen, det vil være relevant at beregne for at kvantificere og synliggøre usikkerhederne i prognoseberegningerne.

6. Produkttyper modellen kan anvendes på

Den foreslåede model og de foreslåede retningslinjer for beregning af prognoser er udarbejdet med udgangspunkt i markedsrenteprodukter uden investeringsgarantier og uden ”filtre” mellem det underliggende investeringsafkast og kundens tilskrevne afkast.

Der findes imidlertid mange produktvarianter, hvor modellen meningsfyldt kan bruges med få og små tilpasninger. Det danske pensionsmarked indeholder en overraskende rigdom af produktvarianter, og det har ikke været praktisk muligt at tage stilling til dem alle. Nedenfor gennemgår vi kort nogle få overordnede produktkategorier, hvor vi tager stilling til, om de beskrevne retningslinjer overordnet set vil fungere – eventuelt med få tilpasninger.

6.1. Afkastudjævning i udbetalingsperioden

Markedsrenteprodukter uden garanti, men med afkastudjævning i udbetalingsperioden, passer i opsparingsperioden fuldkommen til modelforudsætningerne. Først i udbetalingsperioden efter pensionering adskiller produktet sig i forhold til modellens behandling af usikkerhed om den årlige pensionsregulering. Denne reguleringsmekanisme vil – i hvert fald så længe den er mekanisk og regelbaseret i sin definition – kunne masseres ind i modellen. Udjævningsmekanismen vil uproblematisk kunne indarbejdes, så det enkelte selskabs regulering af pensionsudbetalingerne beregnes ud fra det dårlige og det gode afkastscenarium.

Man kommer eventuelt til at forholde sig til det kommunikative budskab, hvis der opstår situationer, hvor det dårlige og det gode afkastscenarium slet ikke slår igennem på pensionsreguleringen, fordi udjævningsmekanismen på en etårs horisont opsluger hele den 1-årige usikkerhed svarende til henholdsvis 25% og 75% fraktilerne i afkastmodellen.

6.2. Markedsrenteprodukter med (lav) investeringsgaranti

Så længe garantiniveauet (eller rettere sagt de garanterede ydelser) ligger under resultaterne for det dårlige scenarium, det vil sige under beregningsresultatet for 25% fraktilen, vurderer vi, at man kan fastholde brugen af modellen uden yderligere tilpasning eller justering.

Vi har diskuteret, om man også kan anvende modellen, hvis garantiniveauet ligger mellem resultatet svarende til 25% fraktilen og den forventede prognose. Holdningen er, at det kan man formentlig, idet det dårlige scenarium i så fald er repræsenteret ved den garanterede ydelse.

Vi vil så anbefale, at resultatet svarende til det gode scenarium reduceres tilsvarende, så man fastholder et billede af, at det dårlige scenarium og det gode scenarium ligger nogenlunde symmetrisk omkring prognoseværdien. Dette skulle reflektere, at selskabet i sin investeringspolitik vil målrette strategien efter at opnå et afkast, der er (netop) tilstrækkeligt til, at garantien ikke kommer til at koste selskabet penge.

6.3. Gennemsnitsrente med lav investeringsgaranti

Selve beregningen af prognosen kan udmærket beregnes også for gennemsnitsrenteprodukter. For kunder med lang tid til pensionering vil det i mange tilfælde også give god mening at regne værdier for det dårlige og det gode scenarium. Vi har dog tidligere vurderet, at denne information har ringe værdi for kunder med meget lang tid til pensionering. For kunder tæt på pensionering vil modellen normalt overvurdere risikoen, fordi gennemsnitsrenteprodukter netop tilskrives en udjævnet konto-

rente. Over korte tidshorisonter er vores model til at beregne det underliggende investeringsafkast simpelthen ikke beskrivende for selskabernes måde at fastsætte kontorenter på. Vi vurderer yderligere, at det vil være vanskeligt at opstille en afkastmodel, som på passende vis reflekterer en bestyrelses beslutningsproces for fastlæggelse af de kommende års kontorenter.

Alt i alt vil modellen kunne anvendes til at regne selve prognosen og den forventede årlige regulering af de løbende pensionsudbetalinger, men vi finder modellen uegnet til at vurdere usikkerhed i prognoserne både før og efter pensionering.

6.4. Gennemsnitsrente med høj investeringsgaranti

Hvis investeringsgarantien er tæt på at være ”i pengene” – eller er ”i pengene” – vil selskaberne gå langt for at afdække deres afkastrisiko, og investeringspolitikken vil være helt domineret af denne målsætning. På kort sigt kan det bidrage med stor volatilitet i investeringsafkastet, men på lang sigt vil strategien bidrage med stabile resultater for pensionsudbetalingerne, og vores model vil under ingen omstændigheder være repræsentativ for disse produkter.

Her vil vi ikke anbefale, at man forsøger at anvende modellen, og de garanterede pensionsudbetalinger vil formentlig være den mest informative oplysning, kunderne kan efterspørge.

6.5. Andre produkter

Som nævnt findes der mange andre opsparingsprodukter i markedet, og vi har ikke forsøgt at vurdere dem alle. Det helt afgørende for os er imidlertid at fastslå, at man ikke skal forsøge at tvinge for mange og for forskellige opsparingsprodukter ind i en given kommunikationsskabelon, hvis de afledte resultater ikke er meningsfyldte for kunderne.

Hvis f.eks. en andel af pensionsindbetalingerne investeres i særlige bonushensættelser, så bør afkast og risiko for de tilhørende udbetalinger så loyalt som muligt beregnes efter samme principper som foreslået i denne rapport.

Vi vil derfor afslutte med at understrege betydningen af at holde sig formålet om god forbrugerinformation for øje, når man skal vurdere for hvilke produkter, hvor, hvornår og til hvem man skal give supplerende information om prognoser.

7. Tak for assistance

Arbejdsgruppen vil gerne takke Søren Jarner fra ATP for assistance til at kvantificere betydningen af usikkerhed i levetidsforudsætninger for den samlede usikkerhed for prognoseberegningerne.

Arbejdsgruppen vil ligeledes takke Jens Almegaard fra Industriens Pension samt Lene Hansen, Tina Andersen, Michael Weiland Gren og Claus Skadhauge fra PKA for sparring og synspunkter om formidling af usikkerhed om prognoser til kunder, der ikke har særlig baggrund for at forstå begreberne. Diskussionerne har givet værdifuldt input til, hvordan og hvornår det giver mening at supplere de almindelige prognoseoplysninger med yderligere information.

Endelig vil Bestyrelsen for Aktuarforeningen gerne takke arbejdsgruppen for en stor frivillig indsats med at udarbejde denne rapport om pensionsprognoser.

8. Litteratur

EIOPA-BoS 13/100 (24. januar 2013): ”Good practices on information provision for DC schemes”

Jarner, S. og Kryger, E. M. (2011): Modelling Adult Mortality in Small Populations: The Saint Model. *Astin Bulletin* 41 (2), s. 377-418.

Jørgensen, P. L. og Linnemann, P. (2009): En sammenligning af 3 forskellige pensionsprodukter med særlig henblik på udbetalingsfasen. *Finans/Invest* 7/09, s. 20-27.

Linnemann, P., Bruhn, K. og Steffensen, M. (2011): Sæt fokus på din udbetalingsprofil – en sammenligning af moderne pensionsprodukter med markedsrente. *Finans/Invest* 6/11, s. 5-13.

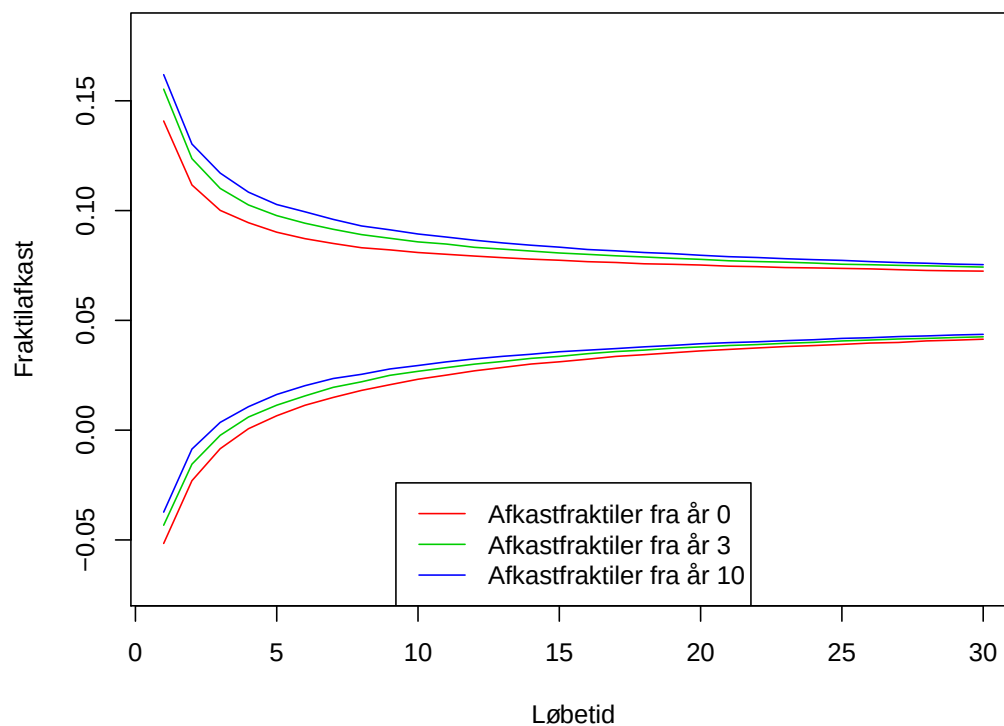
Rogers, L.C.G. (1995): Which model for term-structure of interest rates should one use? *Mathematical Finance* IMA Vol. 65, p. 93-116, Springer, New York.

Bilag A

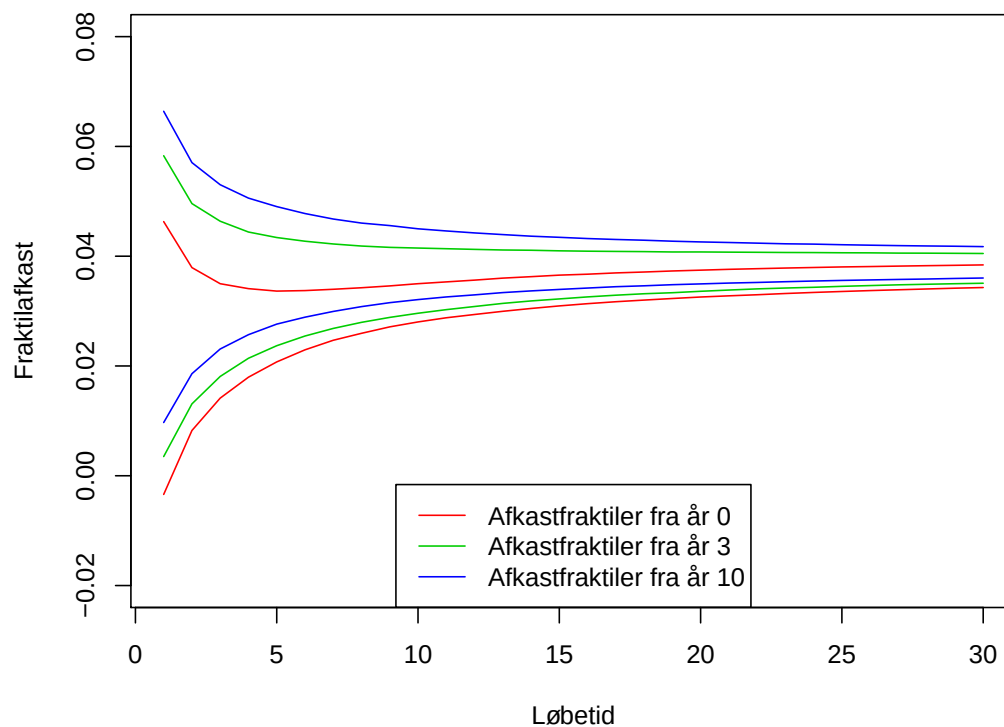
Grafer til illustration af afkastfraktiler

Fraktilafkast til brug for indskud år 0, 3 og 10 ved startrente 0.86%

Startrente 0.86%. 25% og 75% fraktiler for aktieafkastet

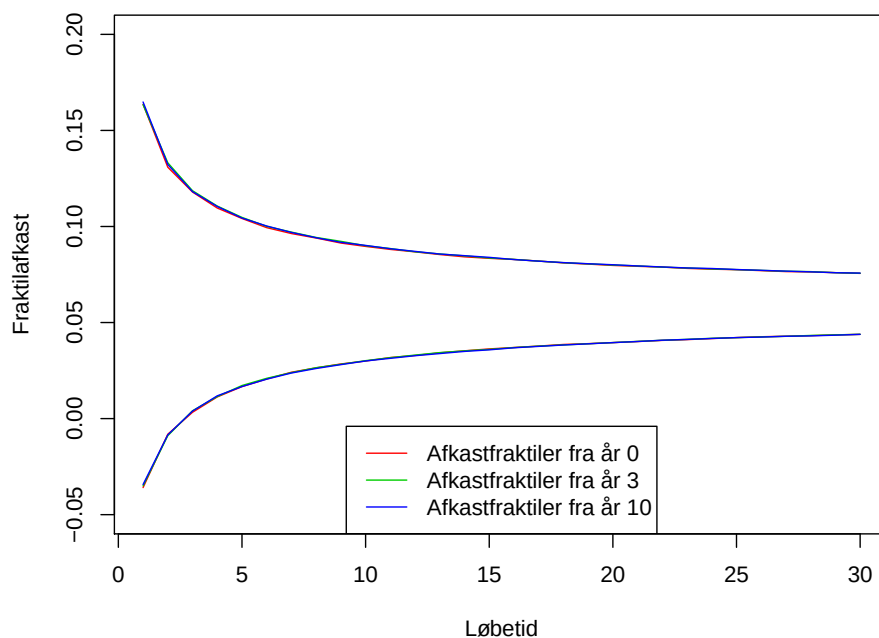


Startrente 0.86%. 25% og 75% fraktiler for obligationsafkastet

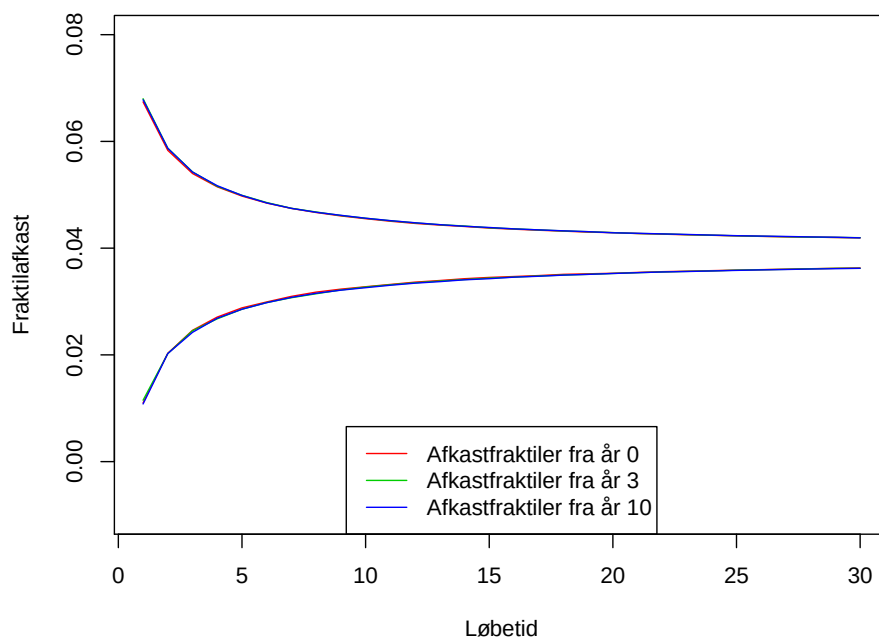


Fraktilafkast til brug for indskud år 0, 3 og 10 ved stationaritet
(dvs. startrente 2.86% og burn-in periode)

Startrente 2.86%+burn-in. 25% og 75% fraktiler for aktieafkastet



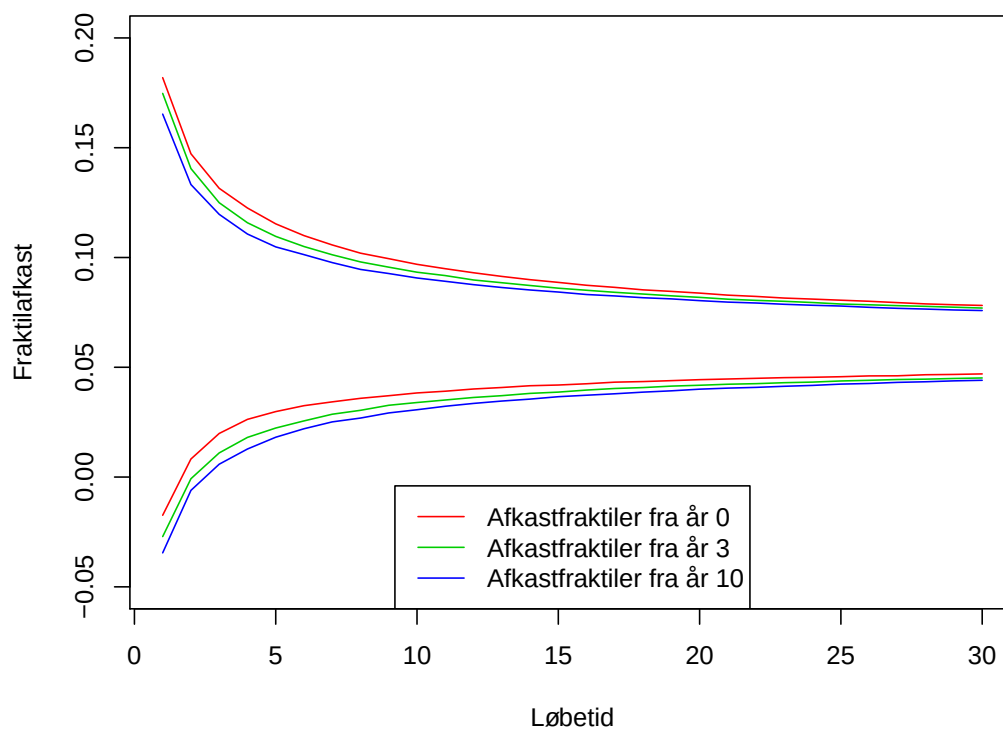
Startrente 2.86%+burn-in. 25% og 75% fraktiler for obligationsafkastet



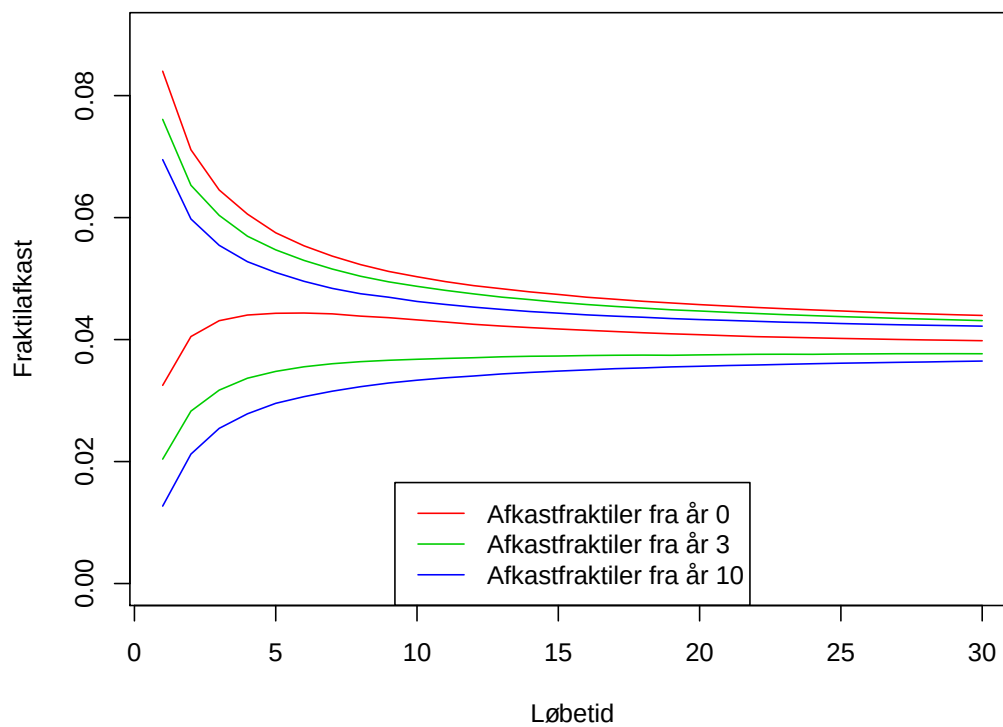
BEMÆRK: Fraktiler for de tre år er sammenfaldende. Derfor kan man nøjes med 1-dimensionale (løbetidsafhængige) afkastfraktiler ved stationaritet.

Fraktilafkast til brug for indskud år 0, 3 og 10 ved startrente 4.86%

Startrente 4.86%. 25% og 75% fraktiler for aktieafkastet



Startrente 4.86%. 25% og 75% fraktiler for obligationsafkastet

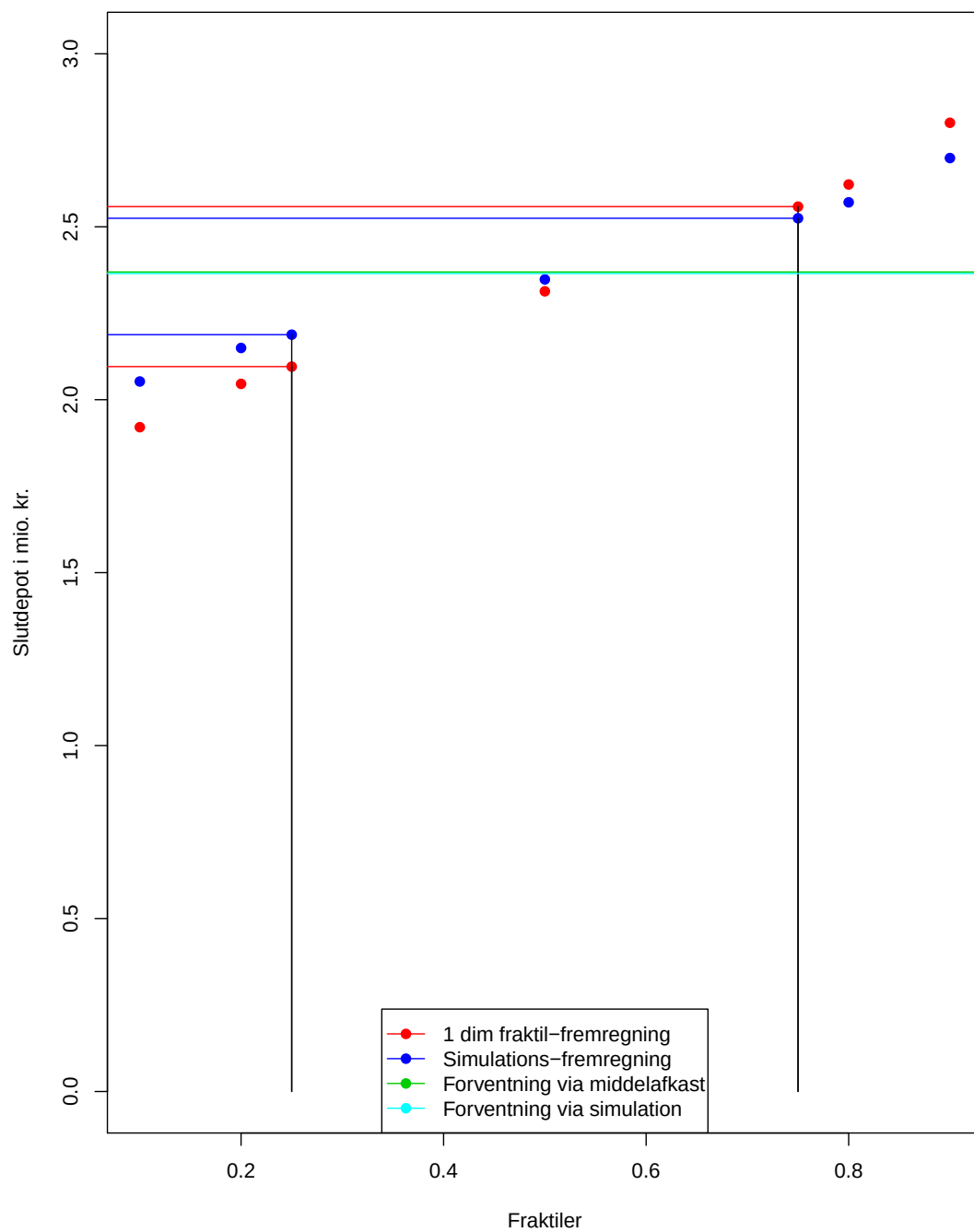


Bilag B

Grafer til sammenligning af
fraktilmetoden og simulationsmetoden

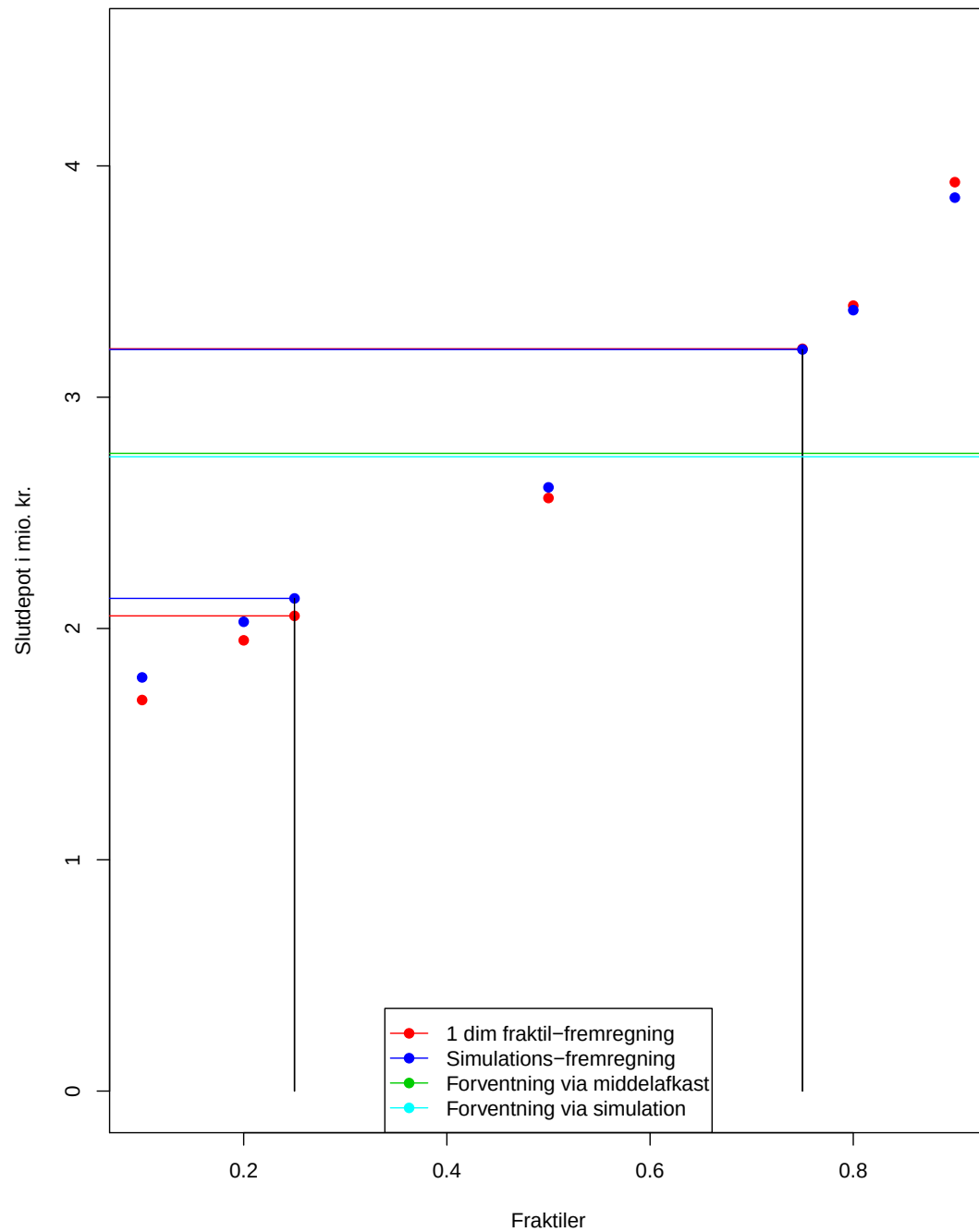
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

10 års horisont, 20% aktier, indskud 1.1 mio. kr., årlig præmie 50 tkr.



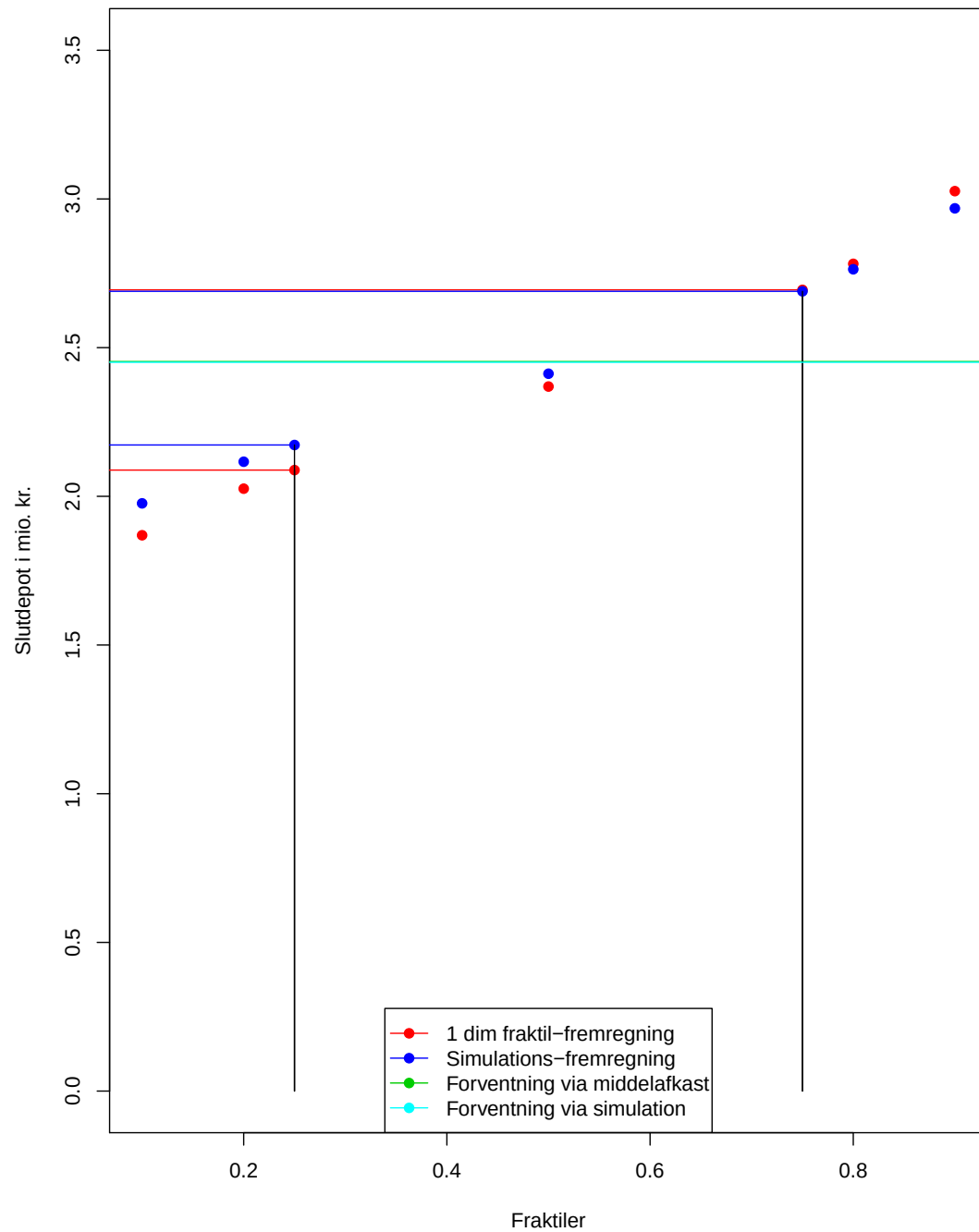
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

10 års horisont, 80% aktier, indskud 1.1 mio. kr., årlig præmie 50 tkr.



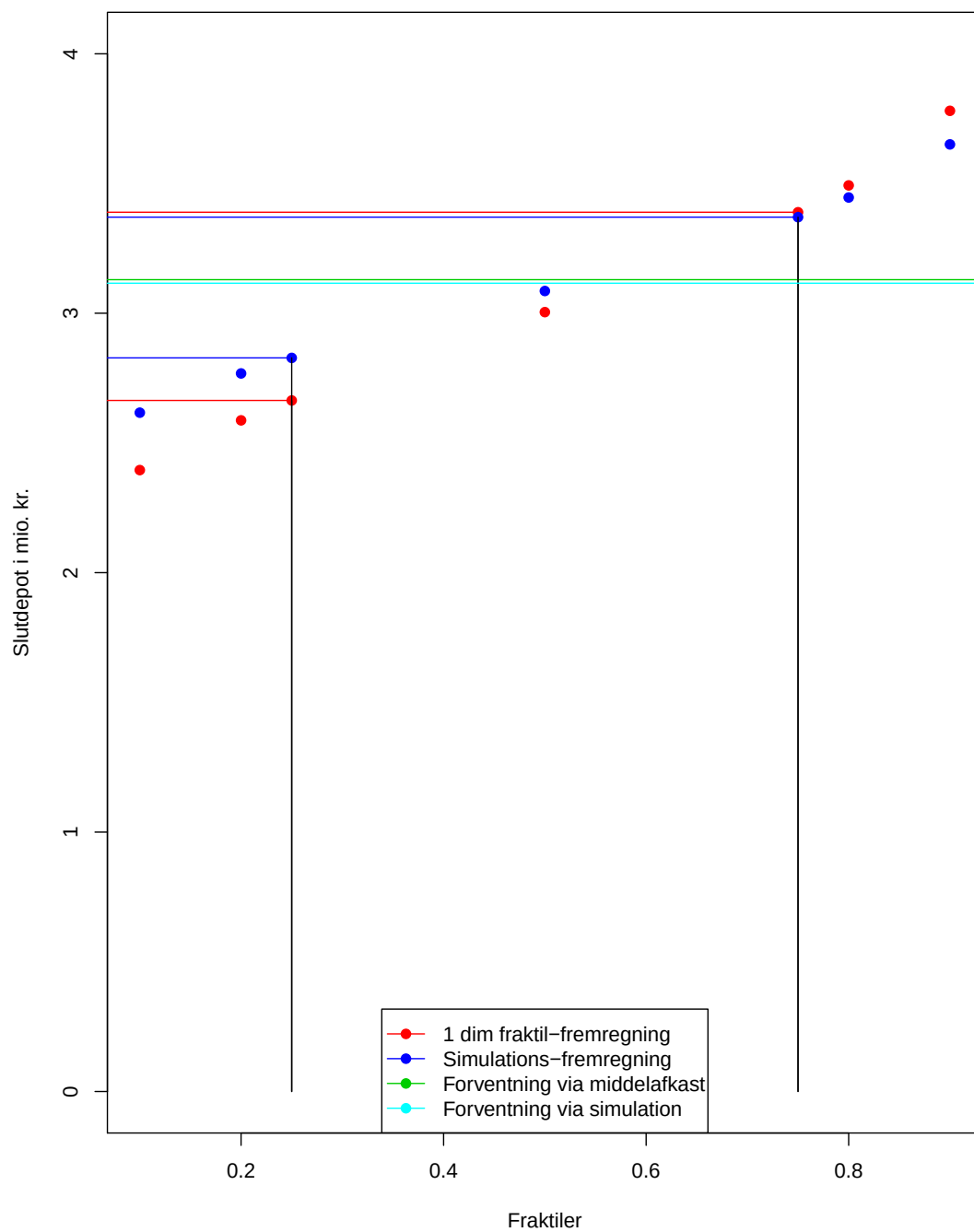
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

10 års horisont, livscyklus, indskud 1.1 mio. kr., årlig præmie 50 tkr.



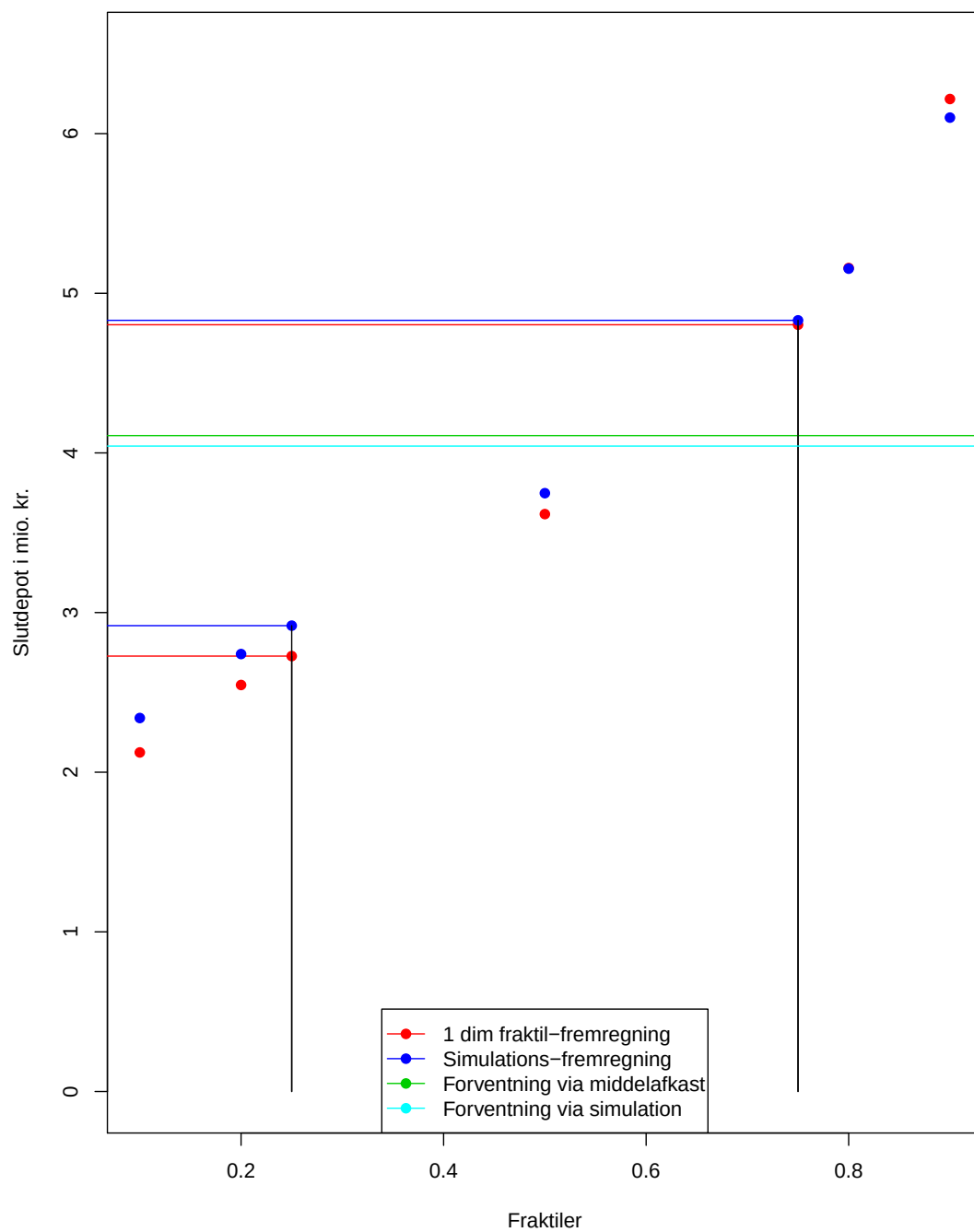
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

20 års horisont, 20% aktier, indskud 600 tkr., årlig præmie 50 tkr.



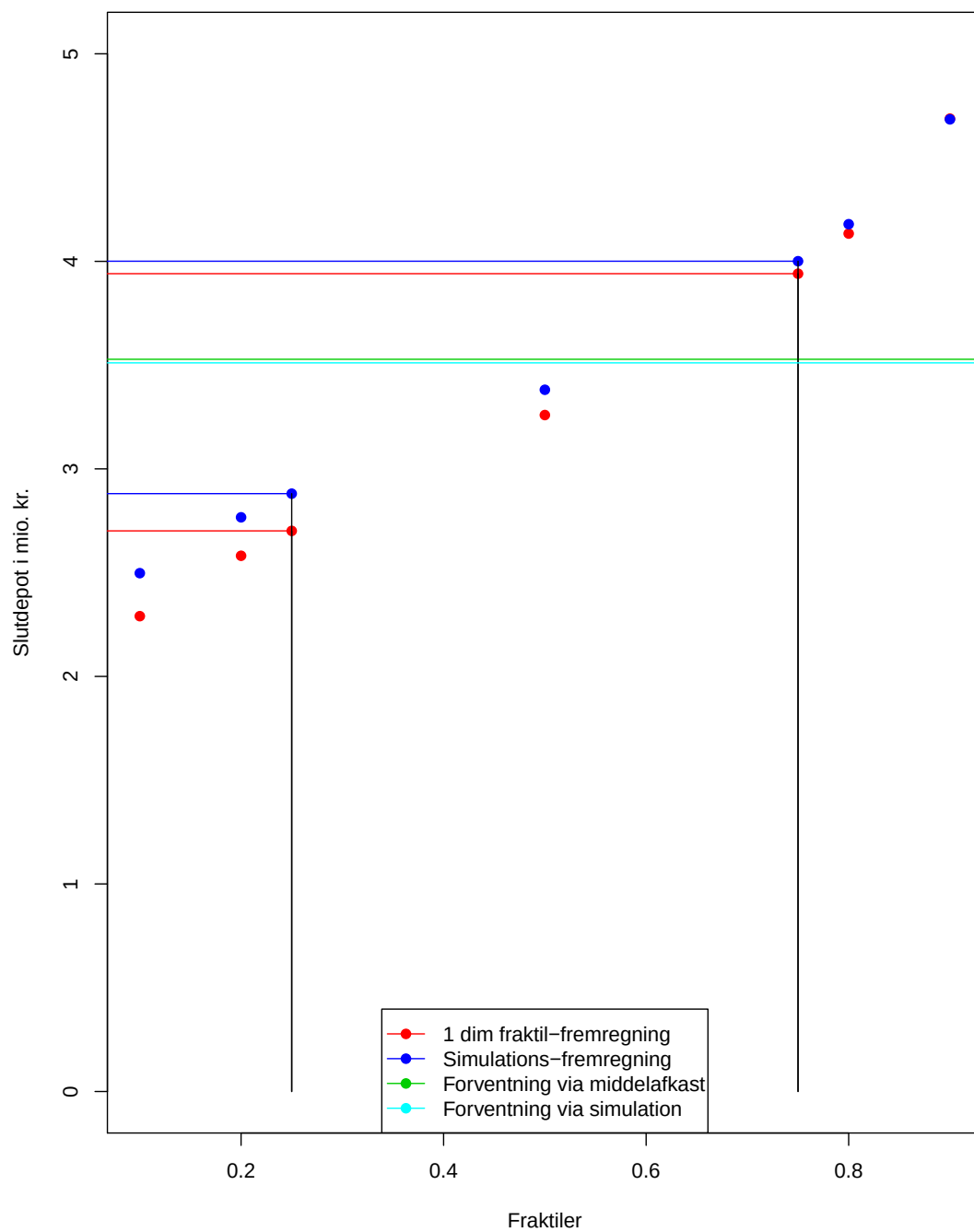
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

20 års horisont, 80% aktier, indskud 600 tkr., årlig præmie 50 tkr.



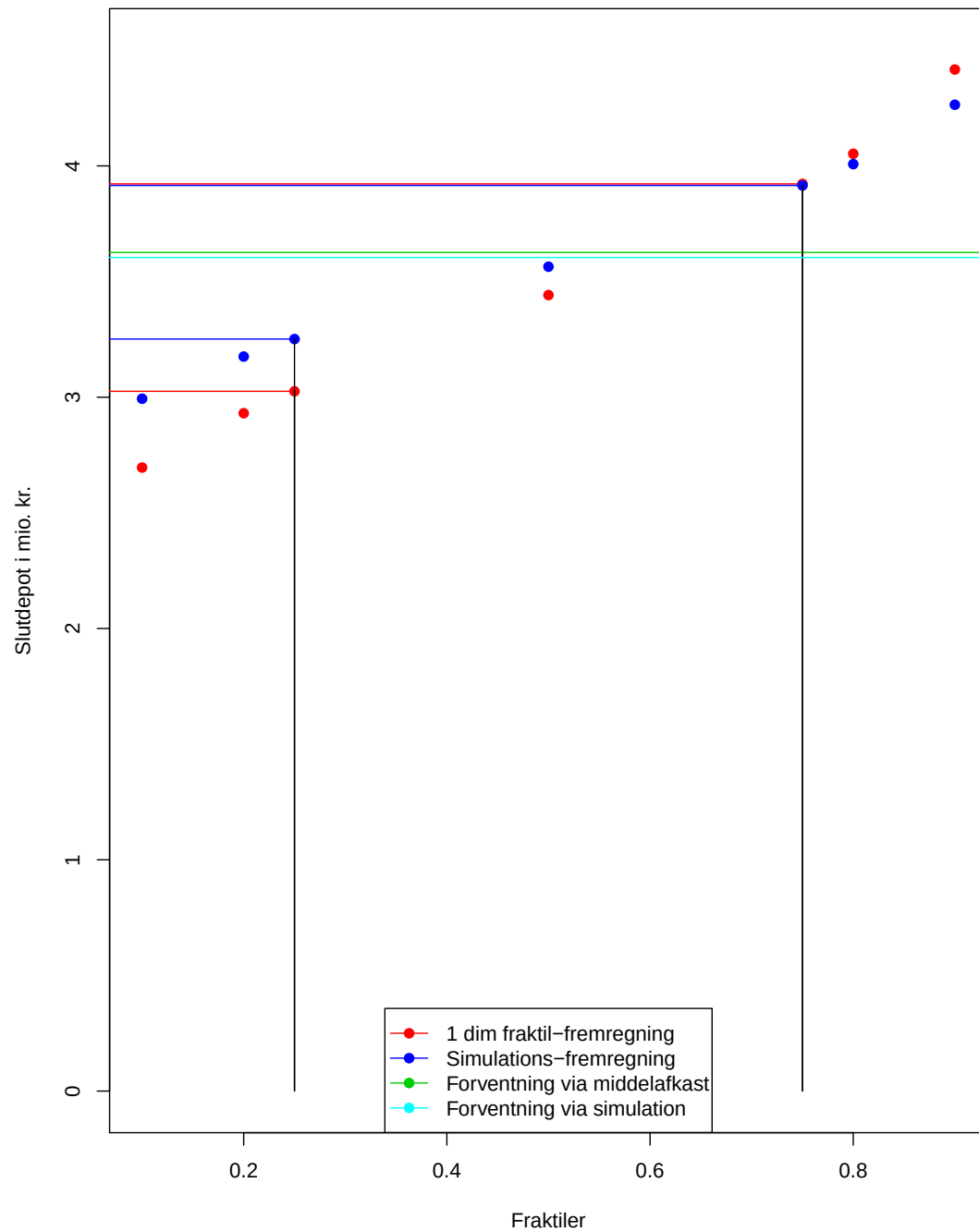
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

20 års horisont, livscyklus, indskud 600 tkr., årlig præmie 50 tkr.



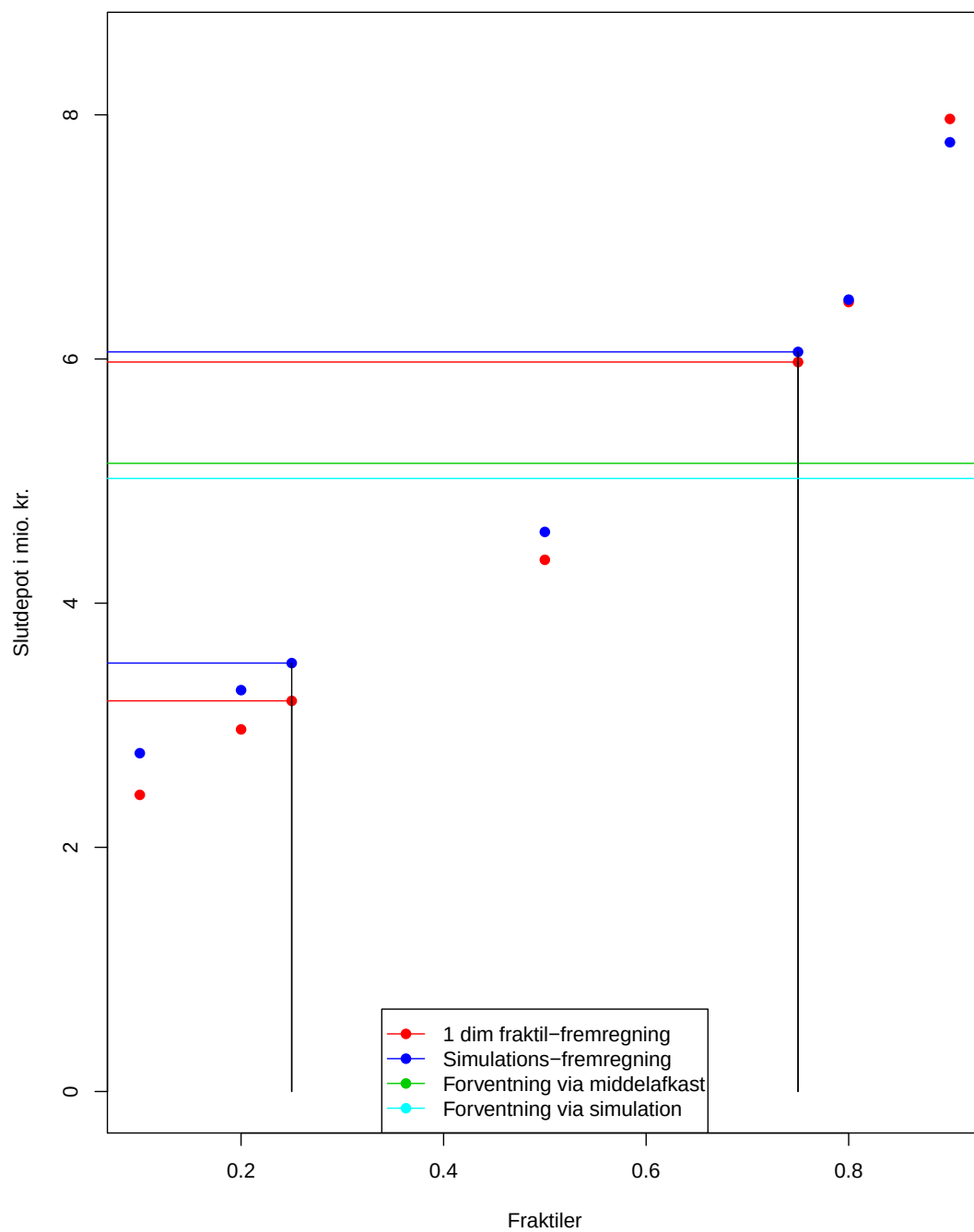
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

30 års horisont, 20% aktier, indskud 100 tkr., årlig præmie 50 tkr.



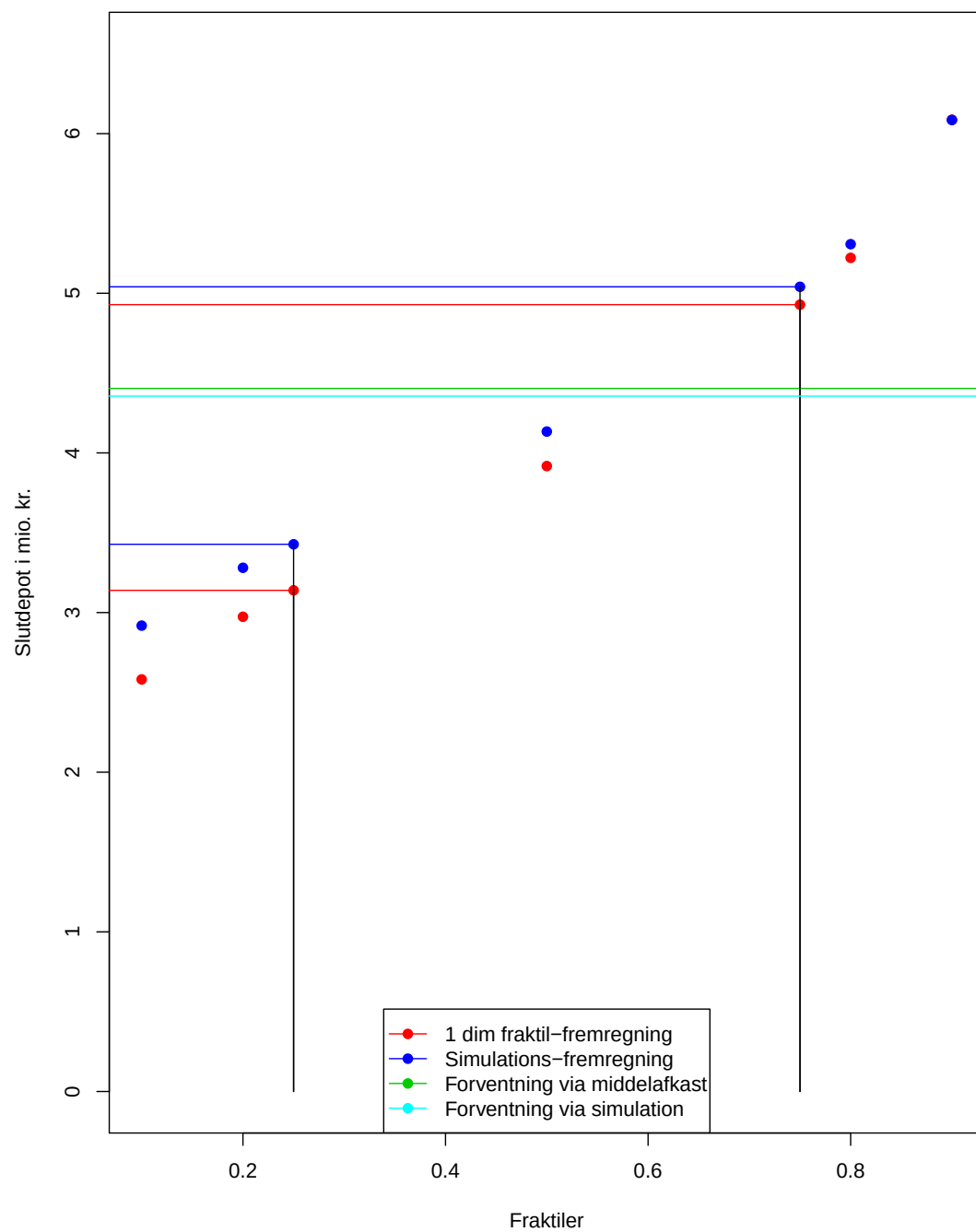
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

30 års horisont, 80% aktier, indskud 100 tkr., årlig præmie 50 tkr.



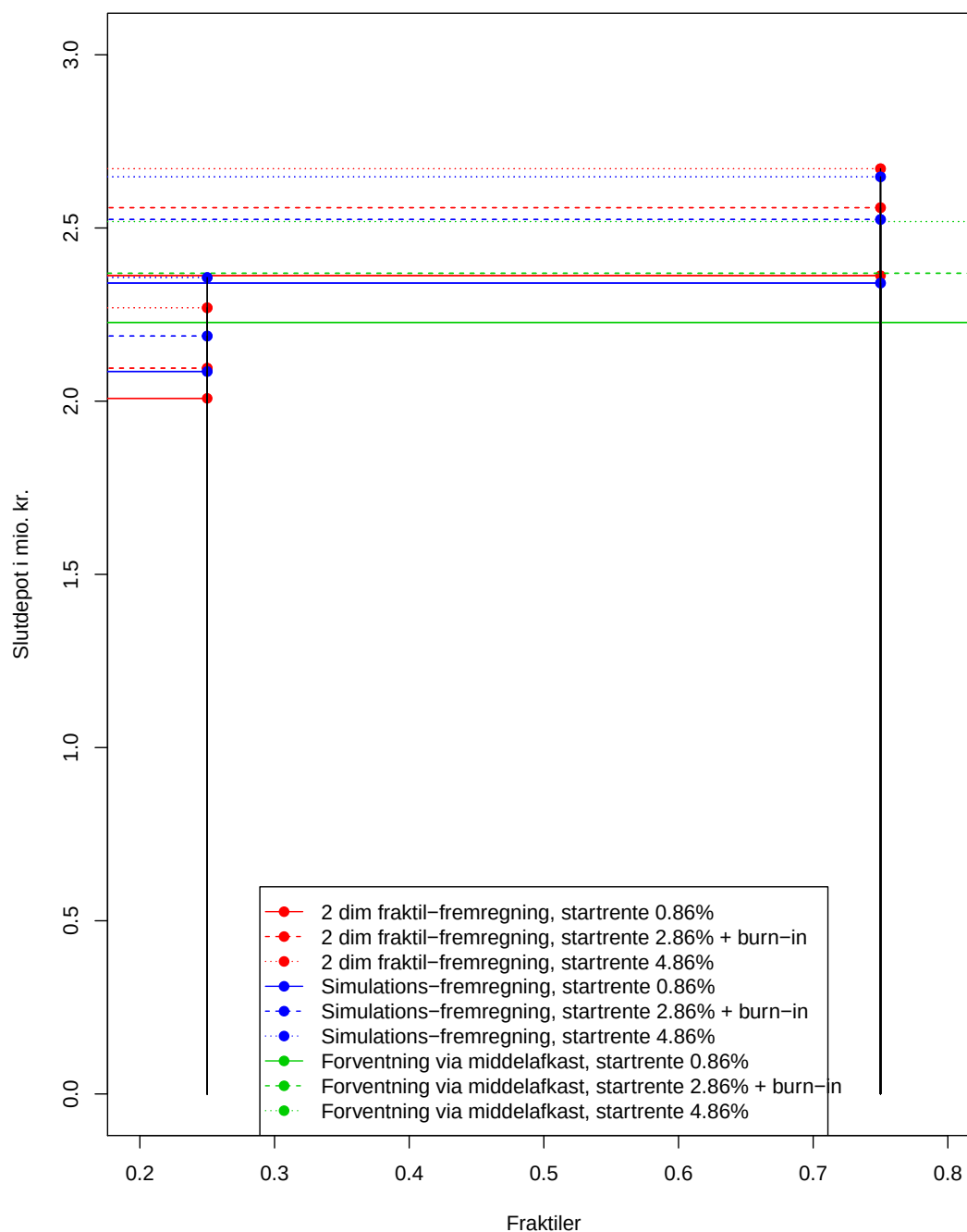
Afkastsimulationer startet stationært (dvs. startrente 2.86% og burn-in).
1-dimensionale fraktiler (kun løbetidsafhængige)

30 års horisont, livscyklus, indskud 100 tkr., årlig præmie 50 tkr.



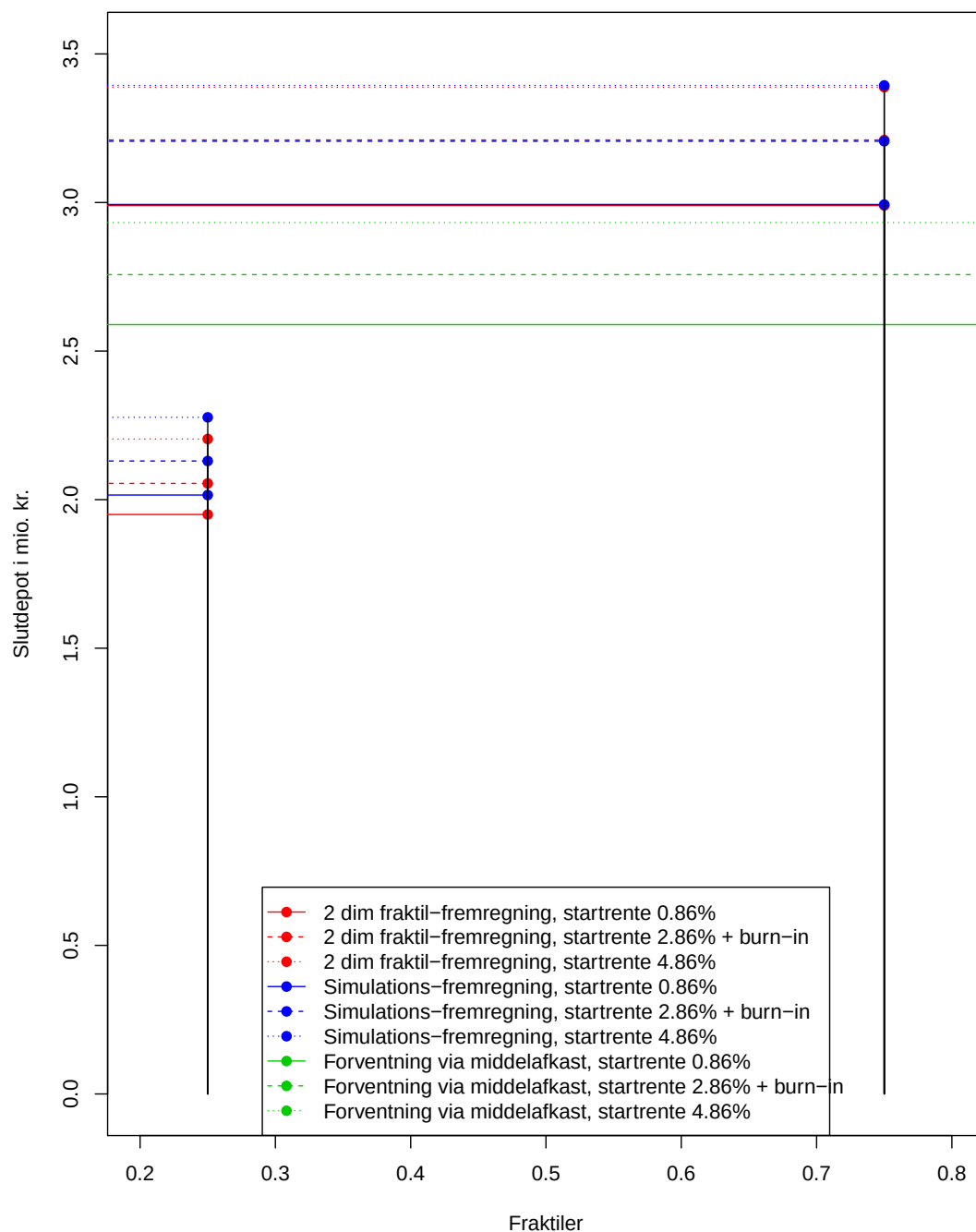
**Varierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)**

10 års horisont, 20% aktier, indskud 1.1 mio. kr., årlig præmie 50 tkr.



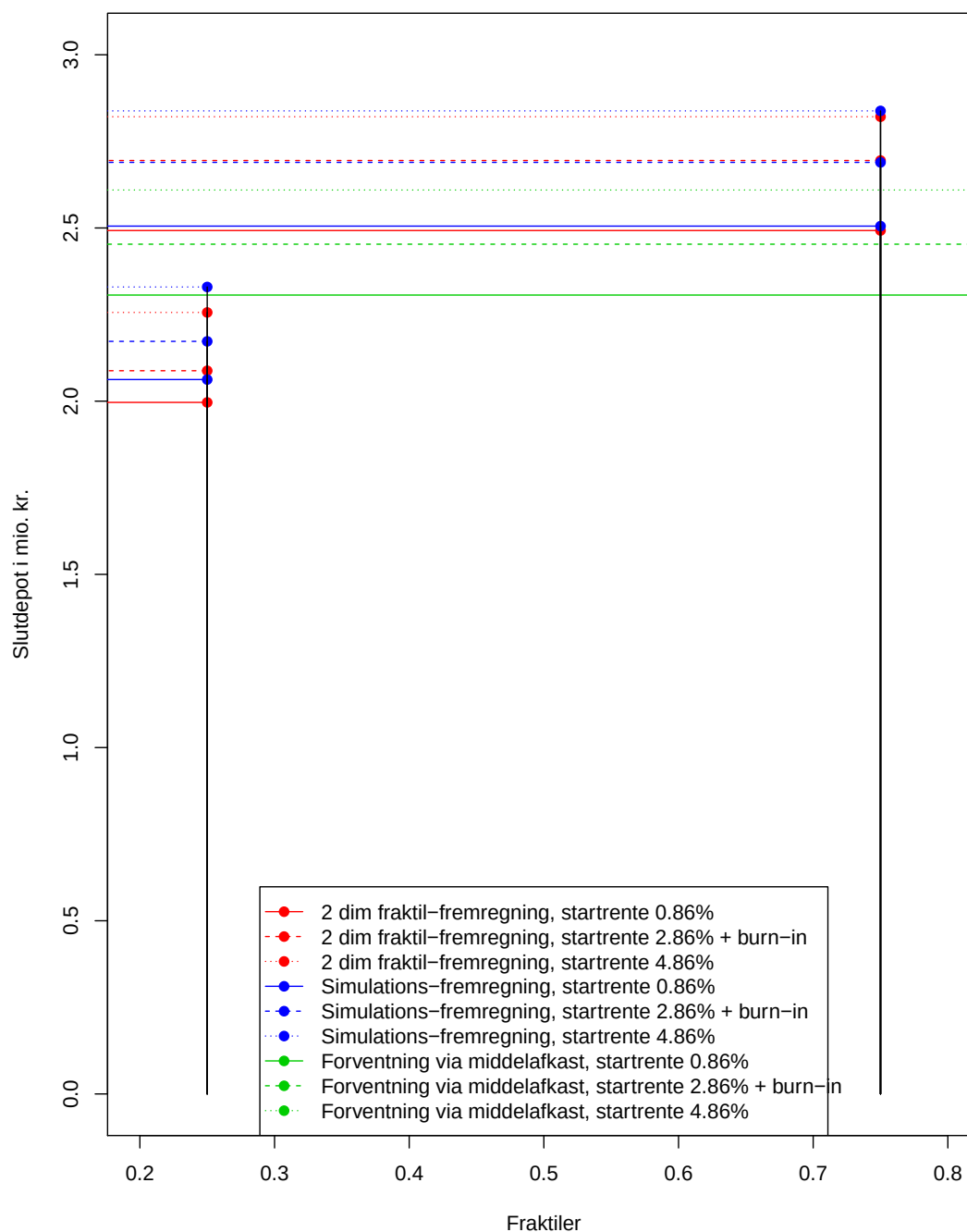
Variierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)

10 års horisont, 80% aktier, indskud 1.1 mio. kr., årlig præmie 50 tkr.



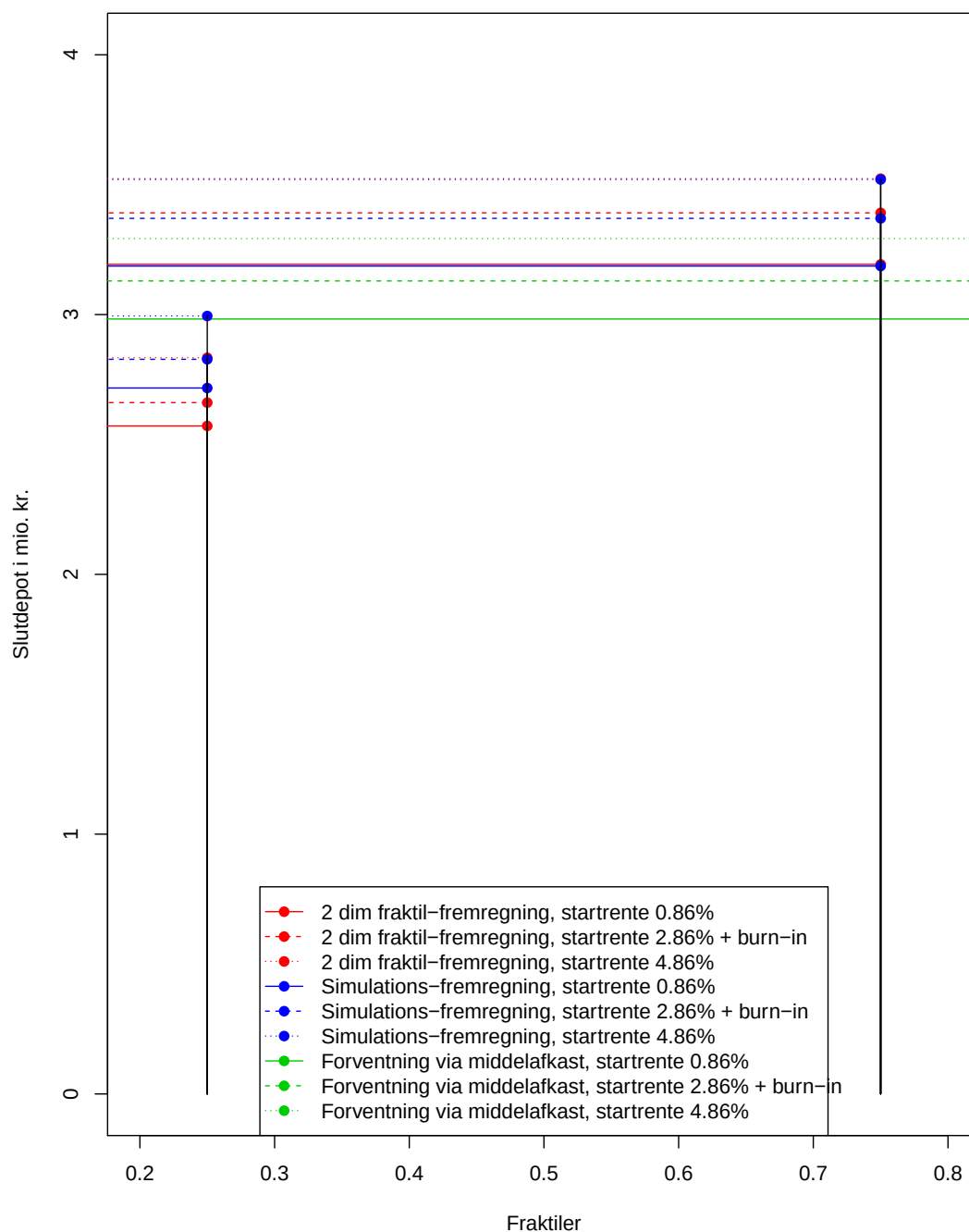
**Variierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)**

10 års horisont, livscyklus, indskud 1.1 mio. kr., årlig præmie 50 tkr.



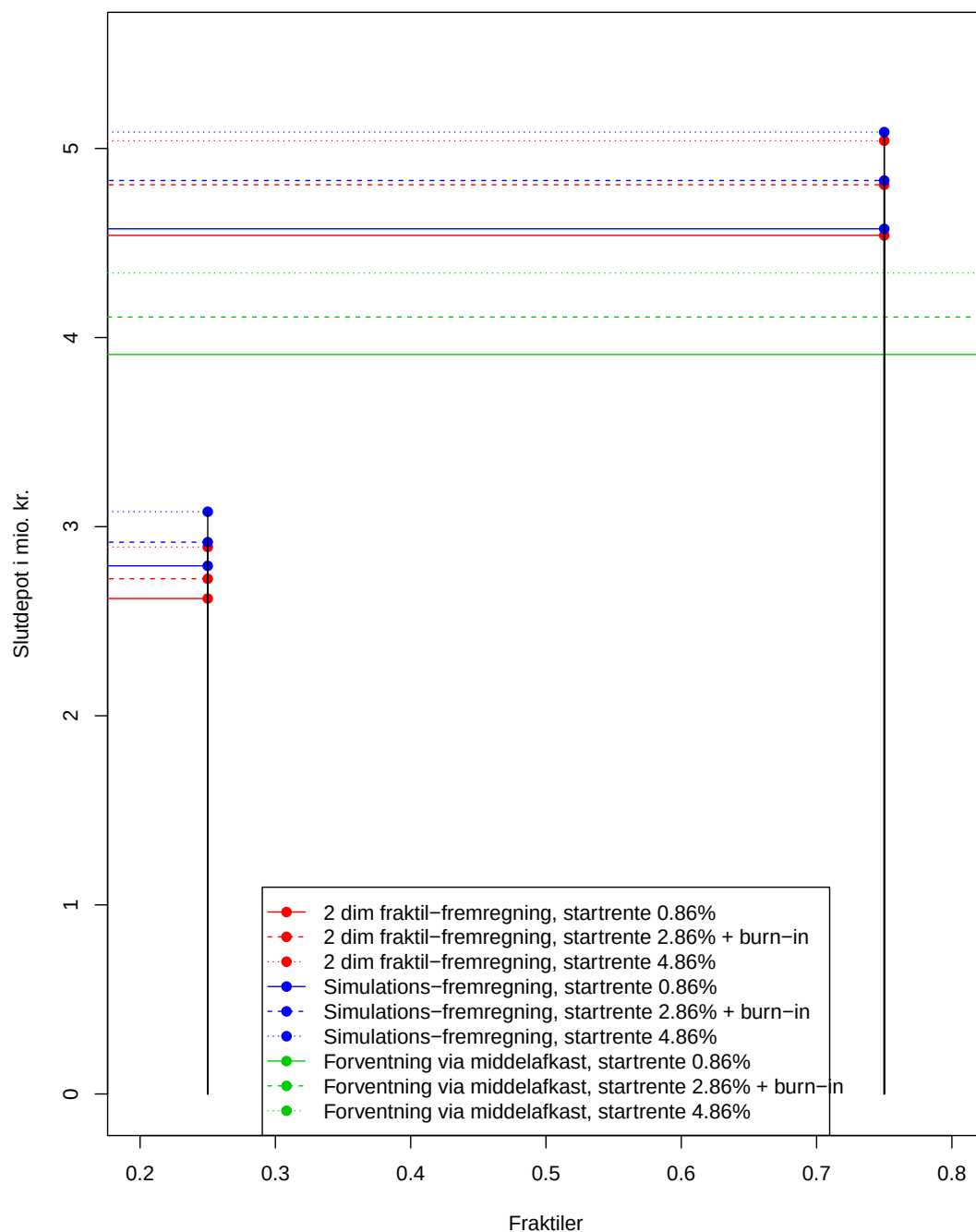
**Variierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)**

20 års horisont, 20% aktier, indskud 600 tkr., årlig præmie 50 tkr.



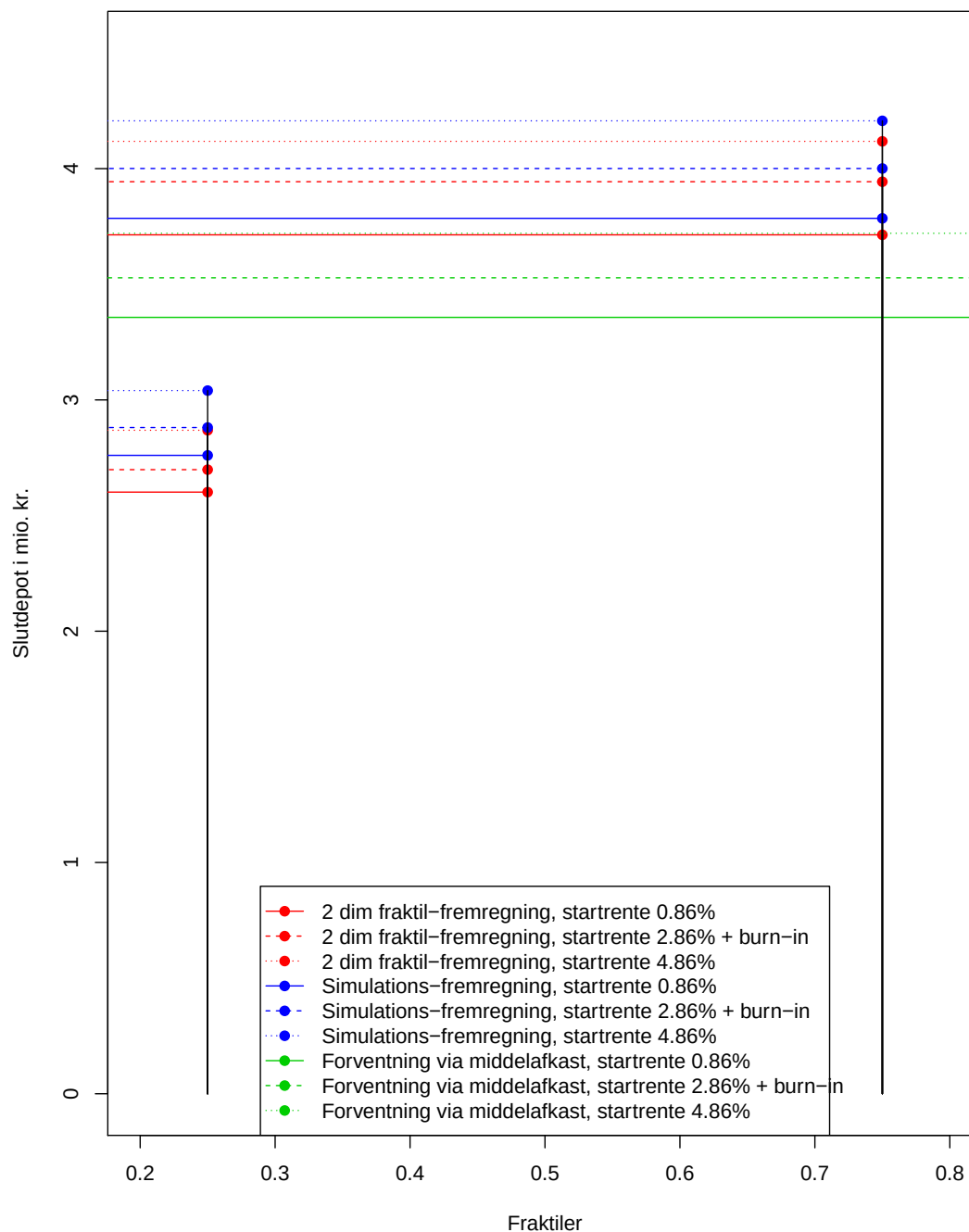
**Varierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)**

20 års horisont, 80% aktier, indskud 600 tkr., årlig præmie 50 tkr.



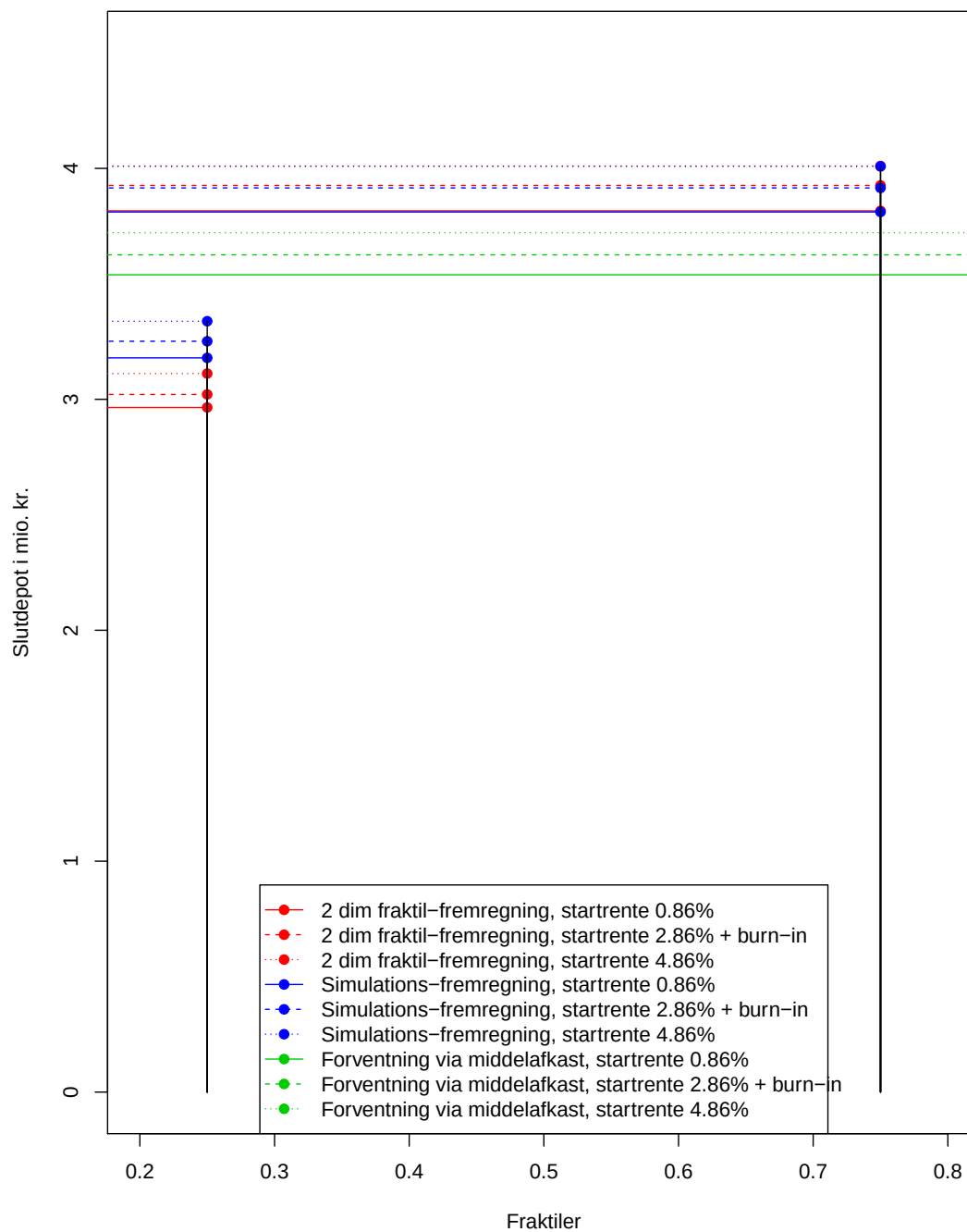
Varierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)

20 års horisont, livscyklus, indskud 600 tkr., årlig præmie 50 tkr.



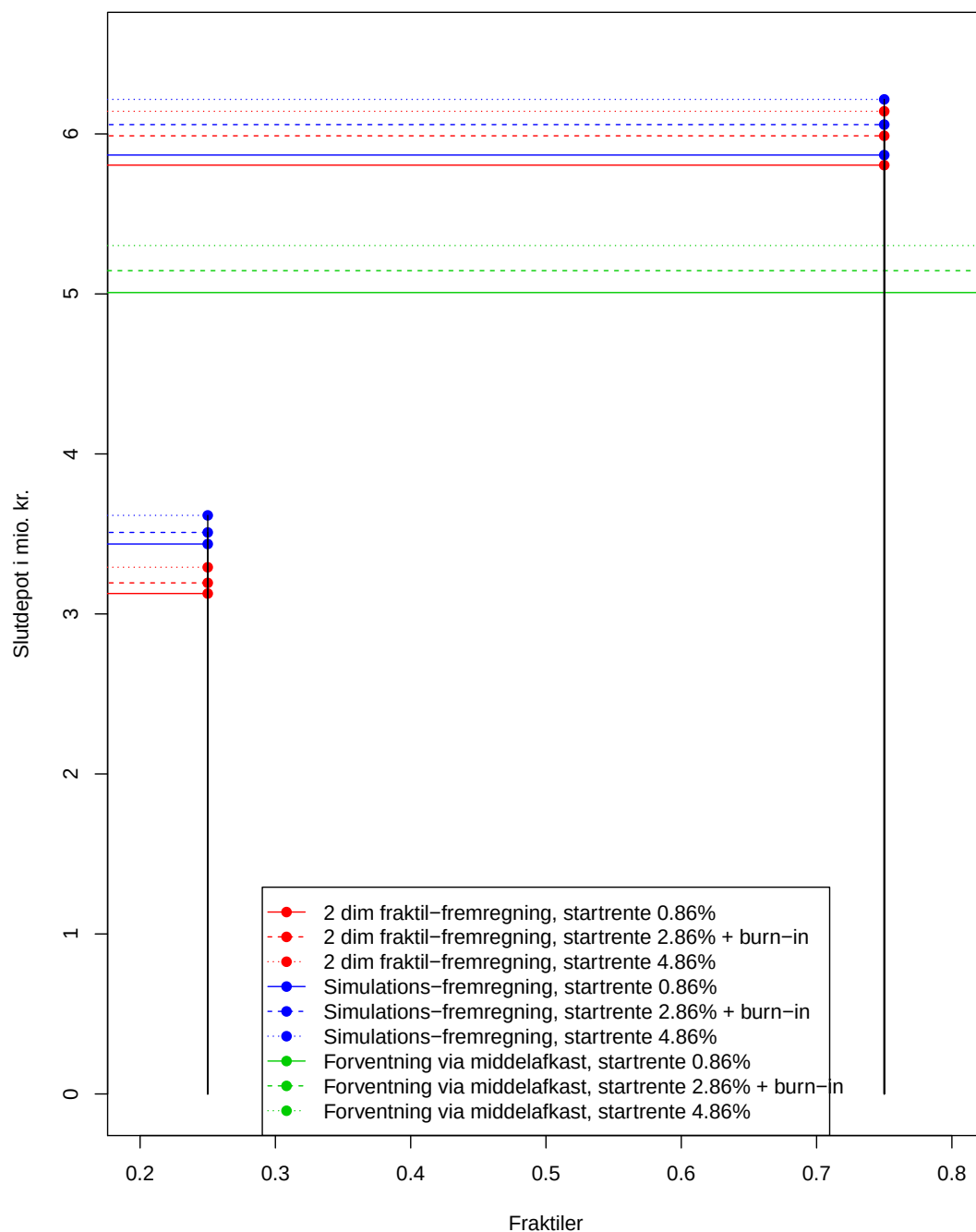
Variierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)

30 års horisont, 20% aktier, indskud 100 tkr., årlig præmie 50 tkr.



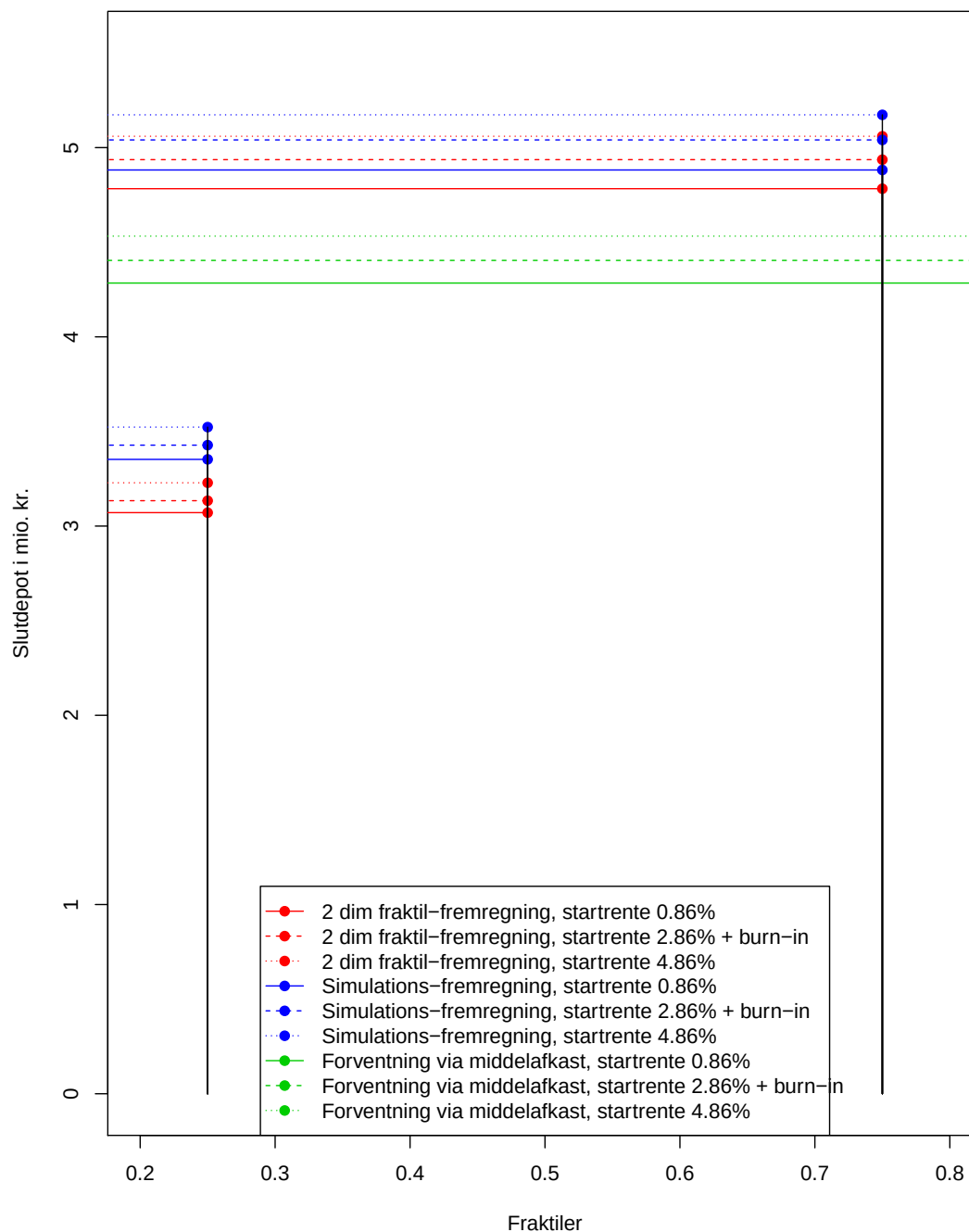
Variierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)

30 års horisont, 80% aktier, indskud 100 tkr., årlig præmie 50 tkr.



Variierende startrente.
2-dimensionale fraktiler (indbetalings- og løbetidsafhængige)

30 års horisont, livscyklus, indskud 100 tkr., årlig præmie 50 tkr.

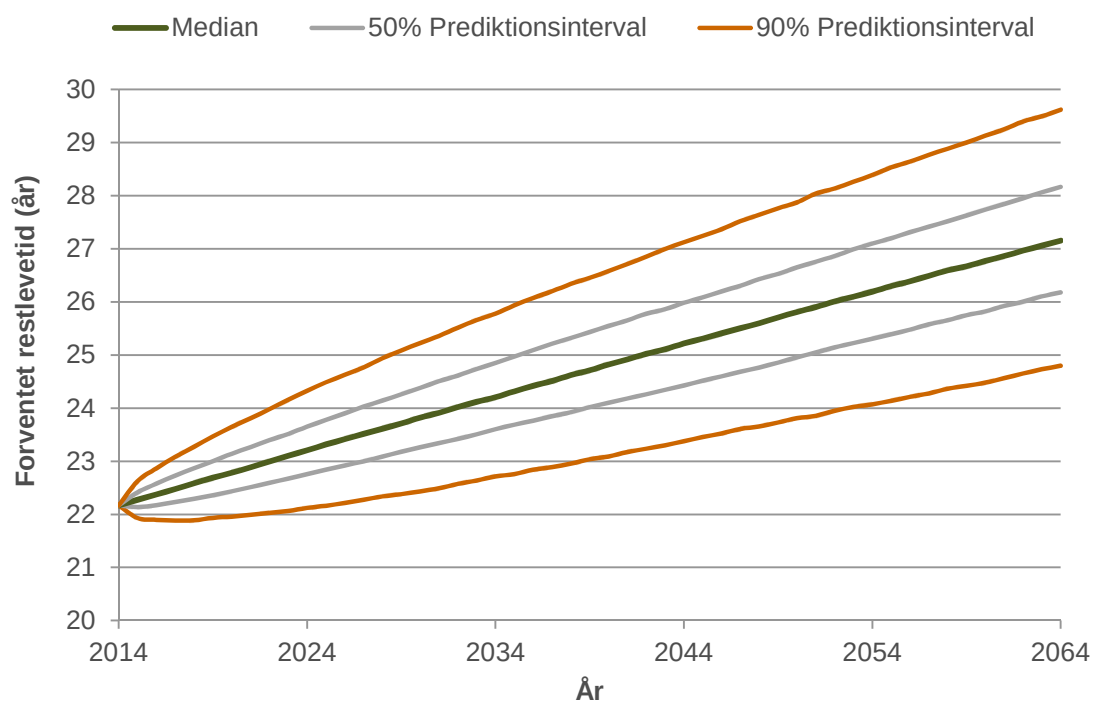


Bilag C

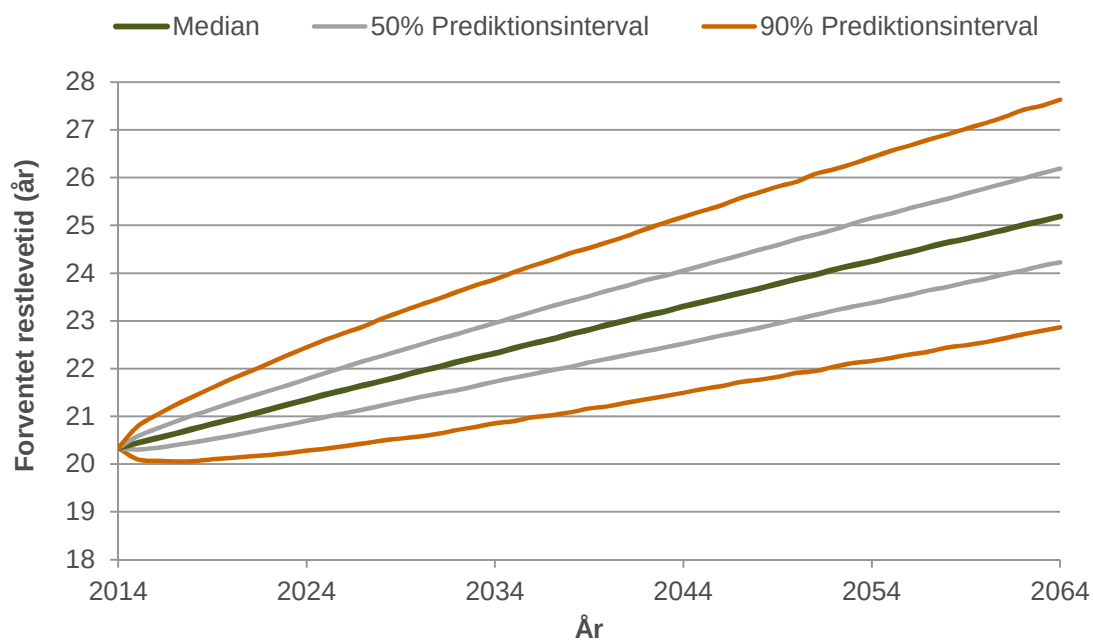
Fraktiler for restlevetider

Fraktiler i fordelingen af forventede kohorterestlevetider.
Baseret på ATP's SAINT model kalibreret 2013.
Den årlige ændring har en standardafvigelse på ca. 0.21 år,
og ændringerne kan antages uafhængige,
dvs. std.afv. efter h år er givet ved $0.21 \cdot \sqrt{h}$.

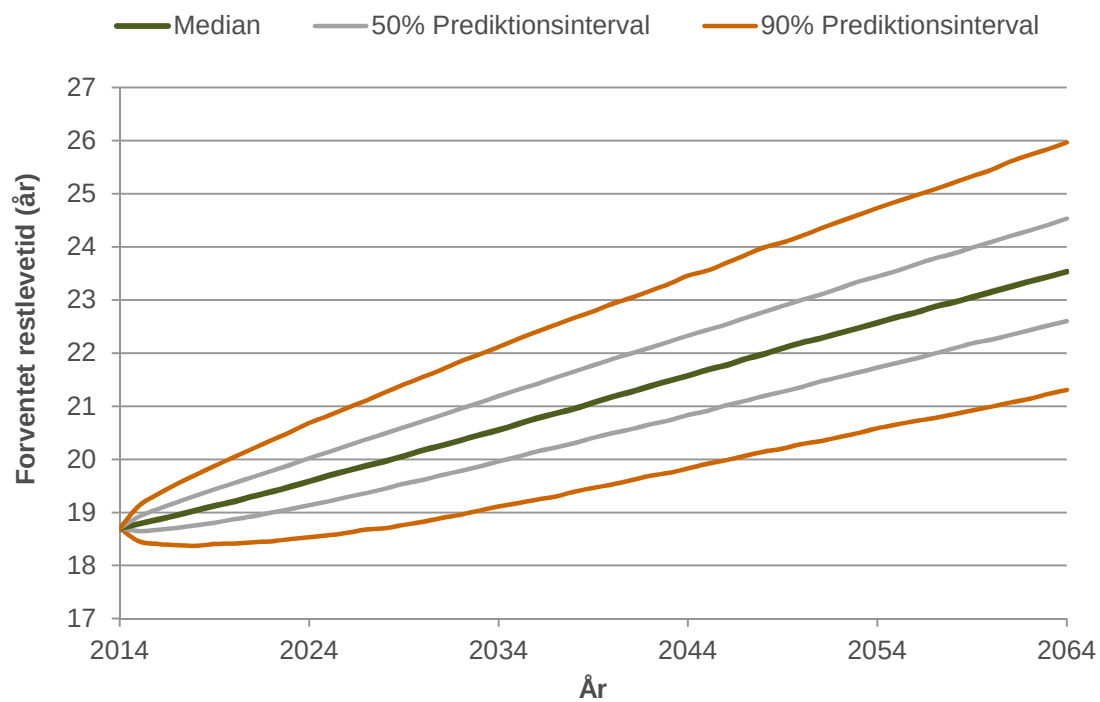
Kvinder alder 65



Kvinder alder 67



Mænd alder 65



Mænd alder 67

